
M1 Stärke in ^{48}Ca aus inelastischer Protonenstreuung

M1 strength in ^{48}Ca out of inelastic proton scattering

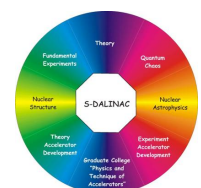
Bachelor-Thesis von Michael Mathy

März 2014



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DARMSTADT

Fachbereich Physik
Institut für Kernphysik
AG von Neumann-Cosel



Gefördert durch die DFG im Rahmen des SFB 634 und NE679/3-1.

M1 Stärke in ^{48}Ca aus inelastischer Protonenstreuung
M1 strength in ^{48}Ca out of inelastic proton scattering

Vorgelegte Bachelor-Thesis von Michael Mathy

1. Gutachten: Prof. Dr. Peter von Neumann-Cosel
2. Gutachten: Dipl.-Phys. Jonny Birkhan

Tag der Einreichung:

*“Ich muß sie seh’n,
die Wahrheit die sonst niemand kennt,
vom Weg and’rer Menschen getrennt.
Gib mir Mut, ihn zu geh’n.
und die Wahrheit zu seh’n,
und ich werd’ geh’n.
Denn ich muß versteh’n!“*

—
Jekyll & Hyde



Inhaltsverzeichnis

Abbildungsverzeichnis	5
Tabellenverzeichnis	6
1 Motivation und Einleitung	7
2 Physikalische Grundlagen	9
2.1 Kernphysikalische Eigenschaften von ^{48}Ca	9
2.2 Anregungsmechanismen	9
2.2.1 Das Schalenmodell	9
2.2.2 Magnetische Dipol-Übergänge	11
2.2.3 Quenching der M1-Übergangsstärke bei ^{48}Ca	13
2.2.4 Quenching der Gamow-Teller Stärke	14
2.2.5 Elektrische Dipol-Übergänge	15
2.3 Grundlagen der inelastischen Protonenstreuung	16
2.3.1 Coulomb-Streuung	16
2.3.2 Quantenmechanische Betrachtung der Streuung	17
2.3.3 Übergangsmatrix und differentieller Wirkungsquerschnitt	19
2.3.4 Distorted Wave Born Approximation	20
2.3.5 Potential der Nukleon-Kern Streuung	21
2.3.6 Quasiparticle Phonon Model	23
3 Hochauflösende Protonenstreuung am RCNP	27
3.1 Die Beschleunigeranlage	27
3.2 Grand Raiden Spektrometer	28
3.3 Der Fokalebene Detektor	28
3.4 Bearbeitung der Messdaten	29
3.5 Winkelstellungen des Grand Raiden Spektrometers	30
4 Analyse der Messdaten und Resultate	31
4.1 Berechnung des Wirkungsquerschnittes	31
4.2 Korrektur der Spektren	31
4.3 Korrigiertes Spektrum zwischen 7.0 MeV und 13.0 MeV	32
4.4 Berechnung der Winkelverteilung	34
4.5 Theoretische Winkelverteilungen	36
4.6 Multipolentfaltung	38
4.6.1 Ergebnisse der Multipolentfaltung zwischen 7 MeV und 10 MeV	39
4.6.2 Ergebnisse der Multipolentfaltung zwischen 10 MeV und 13 MeV	47

4.7	Bestimmung der M1-Übergangsstärken	49
4.8	Abschätzung der maximalen M1-Übergangsstärke	52
4.9	Vergleich der Ergebnisse mit den $^{48}\text{Ca}(e,e')$ Daten	53
5	Fazit	59
6	Anhang	61
	Literaturverzeichnis	66

Abbildungsverzeichnis

2.1	Das Schalenmodell	10
2.2	Theoretische Verteilung der elektrischen Dipolstärke	15
2.3	Klassische Coulomb-Streuung	17
2.4	Schematische Darstellung eines quantenmechanischen Streuvorgangs	19
2.5	Energieabhängigkeit der Zentralterme bei einer Nukleon-Nukleon Streuung	22
3.1	Zeichnung der Beschleunigeranlage des RCNP	27
3.2	Zeichnung des Grand Raiden Spektrometers und des Large Acceptance Spectrometers in der 0°-Stellung	29
4.1	Korrigiertes Spektrum bei einem Streuwinkel von 0.40° im Laborsystem	33
4.2	Gleichzeitige Darstellung aller Spektren im Bereich von 10.478 MeV bis 10.678 MeV . . .	36
4.3	Theoretische Winkelverteilungen der Wirkungsquerschnitte für 1 ⁻ , 1 ⁺ , 2 ⁺ und 3 ⁻ -Zustände	37
4.4	Zwei Multipolentfaltungen für $E_x = 7.648$ MeV	43
4.5	Zwei Multipolentfaltungen für $E_x = 8.520$ MeV	44
4.6	Eine Multipolentfaltung für $E_x = 8.520$ MeV	44
4.7	Zwei Multipolentfaltungen für $E_x = 9.383$ MeV	45
4.8	Eine Multipolentfaltung für $E_x = 9.475$ MeV	45
4.9	Eine Multipolentfaltung für $E_x = 9.823$ MeV	46
4.10	Eine Multipolentfaltung für $E_x = 9.973$ MeV	46
4.11	Mögliche Entfaltungsergebnisse für $E_x = 12.275$ MeV bei der Kombination 1 ⁻ , 2 ⁺ , 1 ⁺	48
4.12	Running sum über die M1-Übergangsstärke für $^{48}\text{Ca}(p,p')$	51
4.13	Running sum über die M1-Übergangsstärke für $^{48}\text{Ca}(e,e')$	51
4.14	Maximale M1-Übergangsstärkeverteilung in $^{48}\text{Ca}(p,p')$	52
4.15	Eine Multipolentfaltung für $E_{x,1} = 10.138$ MeV	54
4.16	Vergleich der M1-Übergangsstärke aus den $^{48}\text{Ca}(p,p')$ - und den $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Experimenten .	57

Tabellenverzeichnis

2.1	Spin-g-Faktoren des magnetischen Dipolmoments	13
2.2	Parameter des Potentials $U^\tau(r)$ für ^{48}Ca	25
3.1	Winkeleinstellungen des Grand Raiden	30
4.1	Streuwinkel der verschiedenen Spektren im Laborsystem und im Schwerpunktsystem . . .	34
4.2	Vergleich der Daten aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ und dem NNDC bzw. einem $^{48}\text{Ca}(\gamma, \gamma')$ -Experiment . .	40
4.3	Die aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ berechneten M1-Übergangsstärken	50
4.4	Vergleich der gemessenen Zustände aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ und dem $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Experiment	56

6.1	Peakenergien der deutlichen Strukturen im Spektrum zwischen 7.5 und 13 MeV	61
6.2	Die extrahierten, gemittelten Wirkungsquerschnitte bei $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ aus dem beiden Entfaltungsläufen $1^-, 1^+, 2^+$ und $1^-, 1^+, 3^-$	62

1 Motivation und Einleitung

Der stabile, doppelt magische Atomkern des ^{48}Ca ist schon lange für die Untersuchung der M1-Übergangsstärke von besonderem Interesse. So wurde dieser Kern bereits an dem Darmstädter Elektronenbeschleuniger (S-)DALINAC in einem $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Experiment von W. Steffen et al. und einem $^{48}\text{Ca}(\gamma,\gamma')$ -Experiment von T. Hartmann untersucht [1–3]. Bei dem $^{48}\text{Ca}(\gamma,\gamma')$ -Experiment wurde für Anregungsenergien unterhalb 10 MeV nach elektrischen und magnetischen Dipol- bzw. elektrischen Quadrupolanregungen gesucht und mehrere dieser Anregungen nachgewiesen. In dem $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Experiment wurden die Zustände in ^{48}Ca zwischen 7.5 und 13 MeV analysiert. Hier zeigte sich, dass der Zustand bei $E_x = 10.225$ MeV mit $B(M1) \uparrow = 3.9 \pm 0.3 \mu_N^2$ einer der stärksten, bekanntesten M1-Übergänge für einen Kern schwerer als ^{28}Si ist. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, dass die M1-Übergangsstärke bei diesem Übergang im Vergleich zu den theoretischen Berechnungen stark unterdrückt ist. Neben diesem starken Übergang wurden in dem Experiment weitere 18 Zustände als mögliche M1-Übergänge identifiziert. Bei diesen 18 Zuständen handelt es sich im Vergleich zu dem Zustand bei $E_x = 10.225$ MeV um schwache M1-Übergänge, wobei ein einzelner Übergang nur 1% bis maximal 4% der Stärke des starken Übergangs besitzt. Dennoch besitzen diese 18 Zustände eine nicht zu vernachlässigenden Gesamtübergangsstärke von etwa $B(M1) \uparrow = 1.21 \mu_N^2$. Auf Grund der starken Unterdrückung der M1-Übergangsstärke bei $E_x = 10.225$ MeV sind diese schwächeren Übergänge von besonderem Interesse, da sie einen fragmentierten Teil der fehlenden Übergangsstärke beinhalten.

Die Unterdrückung der M1-Übergangsstärke, auch M1-Quenching genannt, wird auch in vielen anderen mittelschweren bis schweren Kernen beobachtet und wurde schon in vielen Arbeiten wie beispielsweise in [4, 5] diskutiert. Dabei konnten die genauen Gründe des M1-Quenchings noch nicht endgültig geklärt werden. Weiter zeigt sich, dass für Kerne mit $A > 40$ ähnliche Phänomene wie bei der Gamow-Teller Übergangsstärke auftreten [4]. In der theoretischen Analyse ergeben sich hierbei, neben der Ähnlichkeit bei der Quantenzahländerung, auch deutliche Parallelen zwischen den mathematischen Strukturen, welche zur Berechnung der M1- und der Gamow-Teller-Übergangsstärke verwendet werden [6]. Dadurch kann die Untersuchung von M1-Übergängen helfen, die Phänomene bei Gamow-Teller-Übergängen besser zu verstehen und umgekehrt. Aufgrund dieser Zusammenhänge ist die Bestimmung der gesamten M1-Übergangsstärken für viele Teilgebiete der Kernphysik bis hin zur nuklearen Astrophysik von großer Bedeutung.

Unter Berücksichtigung der eben genannten Tatsachen wird in dieser Bachelor-Thesis ein $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiment analysiert, um so mit einer alternativen Methode die maximalen M1-Übergangsstärken im Energiebereich zwischen 7 MeV und 13 MeV abzuschätzen und die Ergebnisse der Elektronenstreuung bezüglich der schwachen Übergänge zu überprüfen. Die inelastische Protonenstreuung an ^{48}Ca wurde am Research Center for Nuclear Physics (RCNP) im japanischen Osaka im Oktober 2004 aufgenommen. Dabei wurden die Spektren der gestreuten Protonen unter extremen Vorwärtswinkeln zwischen 0.40° und 5.15° gemessen, wobei die Protonen mit einer Energie von 295 MeV eingeschossen wurden. Nach M. A. Franey und W. G. Love kann bei diesen Bedingungen angenommen werden, dass in

der Nukleon-Nukelon Wechselwirkung der $\sigma\tau$ – Anteil dominiert [7, 8]. Weiter werden die 1^{+} – Zustände hauptsächlich über Spinflips angeregt, da ^{48}Ca doppelt magisch ist und Drehimpulsänderungen somit vernachlässigbar sind. Wie später noch genauer dargestellt wird, ist es mit diesen Annahmen nach Fujita et al. möglich, den Wirkungsquerschnitt von 1^{+} – Zuständen in eine Spin M1-Übergangsstärke umzurechnen [6]. Diese Größe kann analog zu der M1-Übergangsstärke aus der elektromagnetischen Wechselwirkung gesehen werden. Die Wirkungsquerschnitte der 1^{+} – Zustände werden durch verschiedene Multipolentfaltungen extrahiert, wobei die theoretischen Winkelverteilungen aus einer DWBA- und QPM- Rechnung stammen.

Mit den so gewonnenen M1-Übergangsstärken wird deren maximaler Beitrag in dem Energiebereich zwischen 7 MeV und 13 MeV abgeschätzt. Der große Vorteil hierbei ist, dass die Spektren aus der inelastischen Protonenstreuung nahezu untergrundfrei sind. Dies ermöglicht erst die Angabe einer sinnvollen, oberen Schranke für die M1-Übergangsstärke in dem Energiebereich hoher Zustandsdichte. Weiter werden die Zustände aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ mit den 1^{+} – Zuständen aus dem $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Experiment verglichen. Die Daten aus dem $^{48}\text{Ca}(\gamma,\gamma')$ -Experiment werden zusätzlich zur Identifizierung der Übergänge unterhalb von 10 MeV verwendet.

2 Physikalische Grundlagen

In diesem Kapitel wird der physikalische Sachverhalt der inelastischen Protonenstreuung sowie der M1-Übergänge aus den jeweils angegebenen Quellen zusammengefasst und die nötigen physikalischen Grundlagen zu der späteren Auswertung gegeben.

2.1 Kernphysikalische Eigenschaften von ^{48}Ca

Das in dieser Arbeit untersuchte ^{48}Ca ist ein doppelt magischer Kern und stabil. Der einzige Zerfallskanal ist ein doppelter β -Zerfall mit einer Halbwertszeit von ca. 10^{19} Jahren [9]. Der Grundzustand des sphärischen Kerns ist $J^\pi = 0^+$, wobei der Schalenabschluss im Schalenmodell der Protonen bei $1d_{3/2}^+$ und der Neutronen bei $1f_{7/2}^-$ liegt (Siehe Abbildung 2.1). Wird der Kern z.B. durch inelastische Streuung angeregt, so sind verschiedene elektrische bzw. magnetische Einteilchen- und Mehrteilchen-Anregungen möglich. Diese werden in den folgenden Kapiteln näher beschrieben. Es sei weiter zu erwähnen, dass die M1-Anregung ($\Delta J = 1$, $\pi_i \pi_f = 1$), welche bei $E_x = 10.225$ MeV [10] liegt, von besonderem Interesse ist. Nach dem Schalenmodell wird hier ein Neutron aus der $1f_{7/2}^-$ Schale in die $1f_{5/2}^-$ Schale angehoben. Dabei entspricht zum einen die Anregungsenergie sehr genau den Vorhersagen des Schalenmodells [11]. Zum anderen ist dieser Übergang mit $B(M1) \uparrow = 3.9 \pm 0.3 \mu_N^2$ einer der stärksten, bekanntesten M1-Übergänge für einen Kern, der schwerer als ^{28}Si ist [2]. Dennoch ist dieser Übergang im Vergleich zu der Vorhersage aus dem Schalenmodell deutlich unterdrückt [2, 4]. Siehe dazu auch Kapitel 2.2.3.

2.2 Anregungsmechanismen

In den folgenden Abschnitten werden die wichtigsten, in ^{48}Ca vorkommenden Anregungsmechanismen beschrieben, wobei der Schwerpunkt auf dem untersuchten 1^+ -Zustand liegt.

2.2.1 Das Schalenmodell

In dem Standardschalenmodell der Kernphysik wird der Hamiltonoperator H des Kerns in ein Hauptfeld H_{mean} und eine Restwechselwirkung H_{R} aufgeteilt:

$$H = \sum_{i=1}^A \left(\frac{\vec{p}_i^2}{2m} + H_{\text{mean}}(r_i) \right) + \sum_{i,j \neq i}^A H_{\text{R}}(r_i, r_j) \quad (2.1)$$

Das Hauptfeld entspricht der Wechselwirkung zwischen einem Nukleon und dem Restkern, welcher hierbei als ein Gesamtsystem betrachtet wird. Somit wird das Problem bei Vernachlässigung der Restwechselwirkung auf ein Einteilchen-Problem reduziert. Der erste Term in der Summe von Gleichung 2.1 entspricht der kinetischen Energie eines Nukleons mit der Masse m und dem Einteilchen-Impuls \vec{p}_i . Als erfolgreiche Beschreibung für H_{mean} gilt ein Woods-Saxon-Potential samt Bahn-Bahn-Wechselwirkung [12, 13]. Da mit dem Woods-Saxon-Potential nur eine numerische Lösung der Schrödingergleichung

möglich ist, wird dies im Folgenden durch einen harmonischen Oszillator genähert. Diese Näherung ist für die qualitative Beschreibung der Schalenlage in Kernen der Größe ^{48}Ca zunächst ausreichend. Eine mögliche Darstellung ist durch

$$H_{\text{mean}}(r_i) = \frac{m}{2} \omega^2 r_i^2 - V_{\parallel} \vec{l}_i^2 - V_{\text{ls}} \vec{l}_i \cdot \vec{s}_i \quad (2.2)$$

gegeben, wobei die Vorfaktoren ω , V_{\parallel} und V_{ls} experimentell abgeschätzt werden können. Der Vektor \vec{l}_i entspricht dem Bahndrehimpuls des Teilchens und \vec{s}_i dessen Spin. Damit sind bei Vernachlässigung von H_{R} die Energieeigenwerte $E(n, l, j)$ eines Teilchens gegeben durch

$$E(n, l, j) = \hbar \omega \left(2(n-1) + l + \frac{3}{2} \right) + V_{\parallel} l(l+1) + V_{\text{ls}} \begin{cases} \frac{1}{2} l & : j = l + \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} (l+1) & : j = l - \frac{1}{2} \end{cases}. \quad (2.3)$$

In Abbildung 2.1 sind diese Eigenenergien aufgetragen, wobei die Quantenzahlen $\{n, l, j\}$ in der spektroskopischen Notation angegeben sind. Neben den Zuständen steht die Anzahl aller Nukleonen, welche sich in den darunterliegenden Energieniveaus befinden können. Dabei wurde die Entartung der m_j Quantenzahl mit dem Faktor $2j+1$ berücksichtigt.

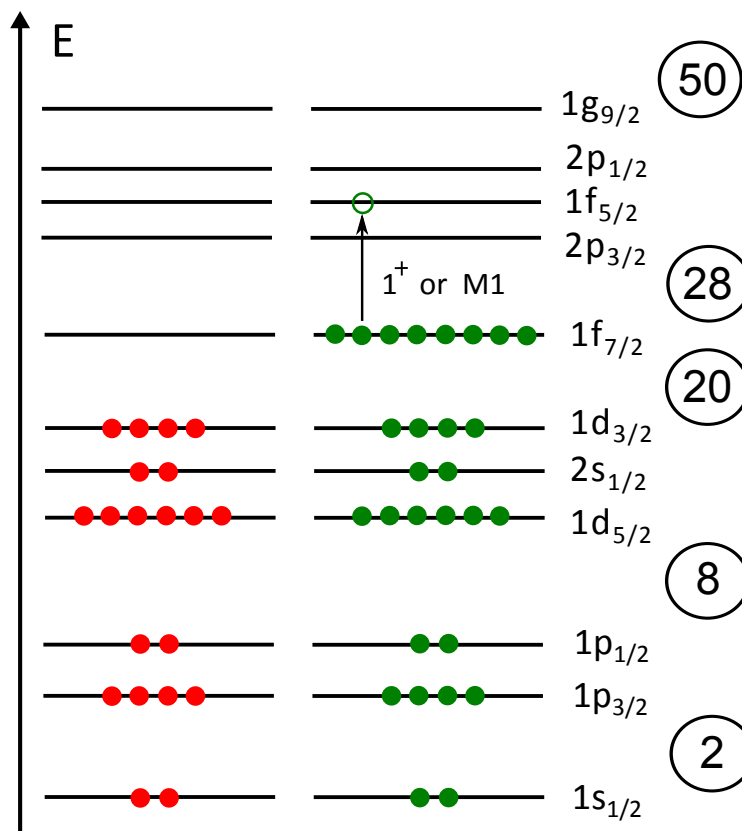


Abbildung 2.1: Das Niveauschema eines harmonischen Oszillators samt schwacher Bahn-Bahn- sowie Spin-Bahn-Wechselwirkung. Die Schalenkonfiguration entspricht ^{48}Ca im Grundzustand. Die Protonen sind rot und die Neutronen grün dargestellt. Die Energieanhebung für die Protonen durch das Coulombpotential ist nicht dargestellt. Die Zahlen in den Kreisen geben die maximale Teilchenanzahl in den darunterliegenden Energieniveaus an. Der Pfeil symbolisiert den prominenten Spinflip eines Neutrons bei $E_x = 10.23 \text{ MeV}$.

Dieses Modell existiert gleichermaßen für Protonen und Neutronen, wobei die Energieniveaus bei den Protonen durch das Coulombpotential angehoben sind. Einteilchen-Anregungen können nun durch das Anheben eines Teilchen in ein höheres Energieniveau beschrieben werden. Die angeregten Zustände werden so durch die Verknüpfung des Teilchens außerhalb des Schalenabschlusses mit dem verbleibenden Loch im Schalenabschluss beschrieben und $1p - 1h$ Zustände genannt. Eine mathematische Analyse der Anregungen im Schalenmodell findet sich in Kapitel 2.3.6.

2.2.2 Magnetische Dipol-Übergänge

Bei magnetischen Dipol-Übergängen (M1-Übergang), welche durch elektromagnetische Wechselwirkungen ausgelöst werden, ändert sich die Parität π der Gesamtwellenfunktion des Kerns nicht ($\pi_i \pi_f = 1$), während der Gesamtdrehimpuls des Kerns um eins geändert wird ($\Delta J = 1$). Dies kann geschehen, indem der Bahndrehimpuls L oder der Spin S geändert wird. Die genaue Betrachtung der Schalenkonfiguration von ^{48}Ca (Siehe dazu Abbildung 2.1) zeigt allerdings, dass eine Änderung von L um eins und dabei eine gleichbleibende Parität sehr unwahrscheinlich ist, da dazu ein Teilchen in ein sehr hoch liegendes Energieniveau angehoben werden müsste. Weiter ist ^{48}Ca doppelt magisch und somit ist der Kern kaum deformiert. Deshalb werden die M1-Übergänge hauptsächlich durch Spinflips erzeugt. Für die M1-Übergangsstärke $B(M1)$ gilt nach dem Formalismus aus [6, 14]

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} \frac{1}{2J+1} \left| \langle \Psi'_N || O(M1) || \Psi_N \rangle \right|^2. \quad (2.4)$$

Dabei sind $|\Psi_N\rangle$ bzw. $|\Psi'_N\rangle$ die Wellenfunktion des Kerns vor bzw. nach der Anregung und J der Gesamtdrehimpuls des Ausgangszustandes (Für ^{48}Ca im Grundzustand ist $J = 0$). Der Operator $O(M1)$ ist der Operator des magnetischen Dipolmoments. Dieser Operator kann in einen isoskalaren ($IS, \Delta T = 0$) und isovektoriellen ($IV, \Delta T = 1$) Anteil aufgeteilt werden und ist gegeben durch

$$O(M1) = \left[\sum_{i=1}^Z \left(g_l^p \vec{l}_i + \frac{1}{2} g_s^p \vec{\sigma}_i \right) + \sum_{i=Z+1}^A \left(g_l^N \vec{l}_i + \frac{1}{2} g_s^N \vec{\sigma}_i \right) \right] \mu_N \quad (2.5)$$

$$= \left[\sum_{i=1}^A \left(g_l^{IS} \vec{l}_i + \frac{1}{2} g_s^{IS} \vec{\sigma}_i + \tau_{zi} \left(g_l^{IV} \vec{l}_i + \frac{1}{2} g_s^{IV} \vec{\sigma}_i \right) \right) \right] \mu_N \quad (2.6)$$

mit $\tau_{zi} = 1$ ($\tau_{zi} = -1$) für Neutronen (Protonen) und $\vec{\sigma}_i$ als Paulispinoperator. Die neu definierten isovektoriellen und isoskalaren Spin-g-Faktoren sind in Tabelle 2.1 angegeben. Damit kann Gleichung 2.4 als

$$B(M1) = \frac{3}{4\pi} \frac{1}{2J+1} \left| \frac{C_{M1,00}}{\sqrt{2T'+1}} \left(g_l^{IS} M(\vec{l}) + \frac{1}{2} g_s^{IS} M(\vec{\sigma}) \right) + \frac{C_{M1,10}}{\sqrt{2T'+1}} \left(g_l^{IV} M(\tau\vec{l}) + \frac{1}{2} g_s^{IV} M(\tau\vec{\sigma}) \right) \right|^2 \mu_N^2 \quad (2.7)$$

dargestellt werden, wobei das reduzierte Matrixelement $M(O) = \langle J'T' || \sum_{i=1}^A O_i || JT \rangle$ unter Verwendung des Wigner-Eckart-Theorems eingesetzt wurde. Der Operator τ beschreibt den Isospinoperator. Der Parameter $C_{M1,10}$ bzw. $C_{M1,00}$ entspricht dem Clebsch-Gordan-Koeffizient $(TT_z 10 | T'T'_z)$ bzw.

$(TT_z 00|T'T'_z)$ und T bzw. T' entspricht dem Gesamt-Isospin des Kerns im Ausgangs- bzw. Endzustand. Bei einem M1-Übergang entspricht der Gesamt-Isospin des Endzustandes dem Gesamt-Isospin des Anfangszustandes und für ^{48}Ca gilt ferner $T = 4 = T'$. Mit Gleichung 2.7 kann nun ein isoskalarer und isovektorieller Anteil an der Übergangsstärke definiert werden:

$$B(M1)_{IS} \equiv \frac{3}{4\pi} \frac{1}{2J+1} \frac{C_{M1,00}^2}{2T'+1} \left| g_l^{IS} M(\vec{l}) + \frac{1}{2} g_s^{IS} M(\vec{\sigma}) \right|^2 \mu_N^2 \quad (2.8)$$

$$B(M1)_{IV} \equiv \frac{3}{4\pi} \frac{1}{2J+1} \frac{C_{M1,10}^2}{2T'+1} \left| g_l^{IV} M(\tau\vec{l}) + \frac{1}{2} g_s^{IV} M(\tau\vec{\sigma}) \right|^2 \mu_N^2 \quad (2.9)$$

Prinzipiell können bei Anregungen durch inelastische Streuung die IS - und IV -Anteile gleichermaßen auftreten. Nur in $N = Z$ Kernen liegen reine IS Anregungen vor. Wie schon erwähnt ist bei ^{48}Ca eine Änderung des Bahndrehimpulses unwahrscheinlich und somit der Anteil des Bahndrehimpulsoperators zu den Übergangsstärken unterdrückt. Werden nur reine Spinflips berücksichtigt, reduzieren sich die Übergangsstärken auf

$$B(M1)_{IS} \approx \frac{3}{16\pi} \frac{1}{2J+1} \frac{C_{M1,00}^2}{2T'+1} \left| g_s^{IS} M(\vec{\sigma}) \right|^2 \mu_N^2 \quad (2.10)$$

$$B(M1)_{IV} \approx \frac{3}{16\pi} \frac{1}{2J+1} \frac{C_{M1,10}^2}{2T'+1} \left| g_s^{IV} M(\tau\vec{\sigma}) \right|^2 \mu_N^2. \quad (2.11)$$

Wird der Kern durch inelastische Protonenstreuung angeregt, so geschieht die Wechselwirkung hauptsächlich über die Kernkraft und nicht nur über die elektromagnetische Wechselwirkung. Eine genauere Betrachtung der Nukleon-Nukleon Wechselwirkung bei sehr kleinen Impulsüberträgen $q \rightarrow 0 \text{ fm}^{-1}$ und einer Protonenenergie von 300 MeV zeigt allerdings, dass hauptsächlich isovektorielle Spinflips auftreten (Siehe dazu Kapitel 2.3.5). Somit entspricht die Anregung von ^{48}Ca bei der inelastischen Protonenstreuung von dem Grundzustand in den 1^+ - Zustand einer Spin-M1-Anregung und die reduzierte Übergangsstärke dieser Anregung ist durch

$$B(M1)_{\sigma\tau} = \frac{1}{2(2J+1)} \frac{C_{M1,10}^2}{2T'+1} |M(\tau\vec{\sigma})|^2 \quad (2.12)$$

gegeben [6]. Deshalb wird im folgenden bei diesem Übergang auch von einer M1-Anregung gesprochen. Weiter kann nach [6] die Beziehung

$$B(M1)_{\sigma\tau} = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{pp'}^{M1}(0^\circ)}{F_{M1} \sigma_{M1}(A)} \quad (2.13)$$

definiert werden. Diese Definition erfolgt analog zu den Gamow-Teller-Übergängen (Siehe dazu Kapitel 2.2.4). Dabei ist $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{pp'}^{M1}(0^\circ)$ der bei der inelastischen Protonenstreuung gemessene Wirkungsquerschnitt für 1^+ -Anregungen bei $\theta = 0^\circ$. Da die obigen Annahmen für $q \rightarrow 0 \text{ fm}^{-1}$ gelten, enthält Gleichung 2.13 einen kinematischen Korrekturfaktor F_{M1} , welcher aus dem Verhältnis zwischen dem theoretischen Wirkungsquerschnitt bei der Anregungsenergie $E_x = 0 \text{ MeV}$ und dem theoretischen Wirkungsquerschnitt bei der Anregungsenergie E_x besteht. Der sogenannte Einheits-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{M1}(A)$ sorgt für eine Massenzahlabhängigkeit von $B(M1)_{\sigma\tau}$ und wird später aus dem Einheits-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{GT}(A)$ des Gamow-Teller-Übergangs bestimmt. Hierbei wird im Allgemeinen der Einheits-Wirkungsquerschnitt auch als „unit cross section“ bezeichnet. Genaueres zu diesen Berechnungen findet sich in Kapitel 4.7.

Tabelle 2.1: Spin-g-Faktoren des magnetischen Dipolmoments.

	g_l^{IS}	g_s^{IS}	g_l^{IV}	g_s^{IV}
Definition	$\frac{1}{2}(g_l^p + g_l^N)$	$\frac{1}{2}(g_s^p + g_s^N)$	$-\frac{1}{2}(g_l^p - g_l^N)$	$-\frac{1}{2}(g_s^p - g_s^N)$
Wert	= 0.5	≈ 0.880	= -0.5	≈ -4.706

2.2.3 Quenching der M1-Übergangsstärke bei ^{48}Ca

Wird die gesamte M1-Übergangsstärke $B(M1)$ nach Gleichung 2.7 mit Wellenfunktionen aus dem Einteilchen- Schalenmodell berechnet, ergeben sich im Vergleich mit Experimenten meist zu große Werte. So sind für viele schwere Kerne die experimentellen Werte der Übergangsstärke im gesamten Energiebereich durchschnittlich um den Faktor 1/2 kleiner. Wie schon erwähnt liegt dieses Quenching auch bei ^{48}Ca vor. Hier ist die M1-Übergangsstärke in (e,e')-Experimenten bei $E_x = 10.23$ MeV um ca. 68% gequench [2, 4]. Für (p,n)-, (p,p')- und (π^\pm, π^\pm)-Experimente ergeben sich ähnliche Ergebnisse [4], wobei auch deutlich wird, dass das Quenching von dem Impulsübertrag q abhängt. Aus der Pion-Streuung lässt sich weiter folgern, dass in ^{48}Ca bei der Anregung zu $J^\pi = 1^+$ fast ausschließlich Neutronen beteiligt sind. Aufbauend auf diesen Erkenntnissen wurden in [4] hauptsächlich vier Erklärungen für das Quenching beleuchtet, welche kombiniert eine überzeugende Beschreibung der experimentellen Wirkungsquerschnitte bei der inelastischen Elektronenstreuung ergeben. Diese sind im Folgenden kurz dargestellt.

Der erste Mechanismus beschreibt Grundzustands-Korrelationen von $0\hbar\omega$ -Neutronen, welche die M1-Übergangsstärke beeinflussen können. Dies bedeutet, dass sich im Grundzustand eine gerade Anzahl an Neutronen außerhalb des Schalenabschlusses befinden. So kann z.B. ein Teil der Kerne in einem $2p - 2h$ Zustand (Siehe dazu Kapitel 2.3.6) mit zwei Neutronen in der $1f_{5/2}^-$ -Schale und zwei Löchern in der $1f_{7/2}^-$ -Schale vorliegen. Der Grundzustand ist wegen der Paarkraft bei dieser Konfiguration wieder $J^\pi = 0^+$, allerdings können bei einer Anregung des Kerns nun auch Neutronen von $1f_{5/2}^-$ nach $1f_{7/2}^-$ übergehen. Es zeigt sich, dass die Übergänge $1f_{5/2}^- \rightarrow 1f_{7/2}^-$ und $1f_{7/2}^- \rightarrow 1f_{5/2}^-$ destruktiv interferieren und die berechnete Übergangsstärke auf $9 \mu_N^2$ verringert wird.

Ein weiterer Vorschlag, das Quenching zu erklären, sind zusätzliche Grundzustands-Korrelationen von $2\hbar\omega$ -Protonen. So zeigen Protonen-Einfang-Experimente [15], dass der Grundzustand von ^{48}Ca zu einem Anteil von ungefähr 4% aus einem $2p - 2h$ Zustand zusammengesetzt ist. Dabei sind zwei Protonen außerhalb des Schalenabschlusses in der $1f_{7/2}^-$ -Schale und zwei Löcher in der $1d_{3/2}^+$ -Schale. Diese Tatsache könnte einen messbaren Effekt auf die M1-Übergangsstärke haben, wenn der Anteil der $2p - 2h$ Protonen im Grundzustand und im angeregten Zuständen deutlich unterschiedlich wäre. Dies ist aber nicht der Fall und so ist die Auswirkung dieser Grundzustands-Korrelation vernachlässigbar.

Die dritte Erklärung berücksichtigt die zuvor vernachlässigte Auswirkung der Tensorkraft. Diese kann dazu führen, dass sich die $1p - 1h$ Zustände mit hoch liegenden $np - nh$ Zuständen mischen, welche von den einfachen Schalenmodell-Rechnungen nicht mehr erfasst werden. Dadurch kann die Anregungsenergie von einem Teil des M1-Überganges in höhere Energiebereiche von ca. $E_x = 40$ MeV verschoben werden. Die vierte Erklärung des Quenchings ist der sogenannte $\Delta(1232)$ -Loch-Mechanismus. Hierbei flippt der Spin und Isospin des Up-Quarks eines Neutrons ohne dabei die Bahnkonfiguration von $(S_{1/2})^3$ zu verän-

dern. Das Neutron wird somit zu einem $\Delta(1232)$ -Baryon. Damit wird ein Teil der M1-Übergangsstärke in einen Energiebereich von $E_x = 300$ MeV verlagert. Da die Δ -Resonanz ein virtueller Zwischenzustand ist, kann dieser auf Grund der Heisenbergschen Unschärferelation auch erreicht werden, wenn die Projektilenergie kleiner ist als die Energielücke zwischen Grundzustand und Δ -Resonanz von 300 MeV. Die genaue Stärke dieses Mechanismus ist noch nicht geklärt, aber einzelne Berechnungen für die $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Experimente zeigen, dass sie bis zu 25% des Quenchings erklären kann [2, 4]. Aktuelle Messungen an ^{90}Zr zeigen allerdings, dass der Anteil des $\Delta(1232)$ -Loch-Mechanismus an dem Quenching der Gamow-Teller Stärke ca. 5% bis 10% ausmacht [16]. Wegen der im nächsten Kapitel aufgezeigten Analogie zwischen der M1-Übergangsstärke und der Gamow-Teller Stärke kann deshalb angenommen werden, dass dieser Mechanismus auch bei dem Quenching der M1-Übergangsstärke nur bis zu 10% beiträgt.

2.2.4 Quenching der Gamow-Teller Stärke

Neben dem Quenching bei den M1-Übergängen wurden ähnliche Phänomene bei den Gamow-Teller-Übergängen beobachtet. Dieser Übergang besitzt mit $\Delta L = 0$, $\Delta S = 1$ und $\Delta T = 1$ die gleiche Quantenzahländerung wie ein isovektorieller M1-Übergang oder ein β -Zerfall bei dem der Spin der beiden erzeugten Leptonen parallel zueinander steht. Auswertungen der Stärke des Quenchings bei M1-Anregungen aus (e,e') -Experimenten [17] und bei Gamow-Teller-Anregungen aus (p,n) -Ladungsaustausch-Reaktionen [18] liefern eine Abhängigkeit von der Massenzahl A . Diese zeigt, dass das Quenching der Gamow-Teller Stärke nahezu unabhängig von A ist und für $A > 40$ mit dem Quenching der M1-Übergangsstärke übereinstimmt. Für leichte Kerne mit $A < 40$ nimmt das Quenching der M1-Übergangsstärke hingegen monoton ab [4]. Somit kann die Untersuchung des Quenchings von magnetischen Dipolanregungen bei schweren Kernen dabei helfen, das Phänomen bei Gamow-Teller-Übergängen besser zu verstehen und umgekehrt. Der Operator des Gamow-Teller-Übergangs $O(\text{GT}^\pm)$ ist durch den Ausdruck

$$O(\text{GT}^\pm) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^A \vec{\sigma}_i \tau_i^\pm \quad (2.14)$$

gegeben, wobei $\tau^\pm = \mp(1/\sqrt{2})(\tau_x \pm i\tau_y)$ ist [6]. Die Übergangsstärke $B(\text{GT}^\pm)$ wird somit mittels

$$B(\text{GT}) = \frac{1}{2} \frac{1}{(2J+1)} \frac{C_{\text{GT},\pm}^2}{2T'+1} \left| \langle J'T' || \sum_{i=1}^A \vec{\sigma}_i \tau_i || JT \rangle \right|^2 \quad (2.15)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{(2J+1)} \frac{C_{\text{GT},\pm}^2}{2T'+1} |M(\tau\vec{\sigma})|^2 \quad (2.16)$$

berechnet, wobei $C_{\text{GT},\pm}$ der Clebsch-Gordan-Koeffizient $(TT_z 1(\pm 1) | T'T'_z)$ ist. Für den Gesamt-Isospin nach dem Übergang T' gilt für einen GT^\pm -Übergang $T' = T \pm 1$. Die Gleichung zur Berechnung der Übergangsstärke besitzt eine ähnliche Struktur wie die M1-Übergangsstärke bei isovektoriellen Spinflips. Weiter kann nach [6] der Einheits-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{GT}^\pm}(A)$ des Gamow-Teller-Übergangs über die Gleichung

$$B(\text{GT}^\pm) = \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{\text{GT}^\pm}(0^\circ)}{F_{\text{GT}^\pm} \sigma_{\text{GT}^\pm}(A)} \quad (2.17)$$

definiert werden. Dabei ist $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)^{GT^\pm}(0^\circ)$ der Wirkungsquerschnitt der Anregung eines Kerns von einem 1^+ - Grundzustand in einen entsprechend angeregten Zustand, welcher über einen β -Zerfall mit der Stärke $B(GT^\pm)$ zurück in den Ausgangszustand zerfällt. Diese Anregungen werden mit Hilfe von (p,n)-Experimenten realisiert.

2.2.5 Elektrische Dipol-Übergänge

Auch wenn der Schwerpunkt dieser Arbeit bei magnetischen Dipol-Anregungen liegt, befinden sich in dem untersuchten Energiebereich hauptsächlich Anregungen in 1^- - Zuständen [19, 2, 20], deren Mechanismus in diesem Kapitel kurz erläutert wird. Hierbei ändert sich der Gesamtdrehimpuls des Kerns um Eins ($\Delta J = 1$) und die Parität π der Gesamtwellenfunktion wechselt ($\pi_i \pi_f = -1$). Dabei wird eine 1^- - Anregung im Folgenden analog zu den M1-Anregungen als E1-Anregung bezeichnet und zwischen isovektoriellen und isoskalaren Anregungen unterschieden. Neben möglichen Einteilchen-Anregungen, so könnte z.B. ein Proton von der $1d_{3/2}^+$ Schale in die $1f_{5/2}^-$ Schale angehoben werden, beruhen die elektrischen Dipol-Anregungen hauptsächlich auf kollektiven Phänomenen der Nukleonen. Insgesamt können diese E1-Anregungen bei neutronenreichen, sphärischen Kernen in drei Mechanismen aufgeteilt werden, welche in Abbildung 2.2 schematisch dargestellt sind.

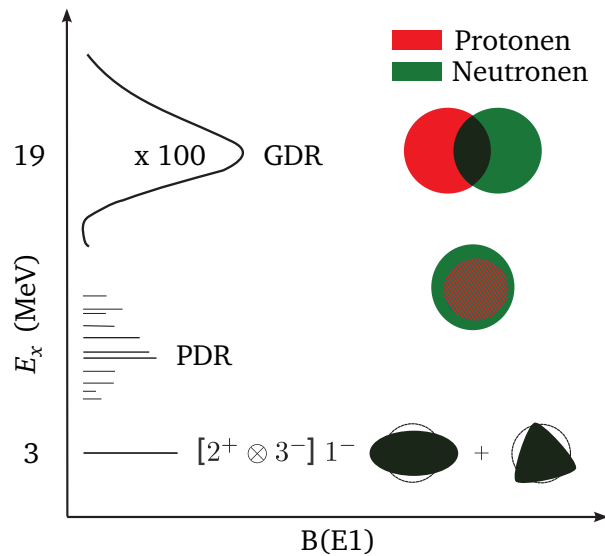


Abbildung 2.2: Theoretische Verteilung der elektrischen Dipolstärke. Die Protonen sind rot und die Neutronen grün dargestellt [21].

Bei niedrigen Energien um 3 MeV befindet sich ein Zwei-Phononen Zustand, welcher durch die Kopplung $[2^+ \otimes 3^-] 1^-$ entsteht. Dieser Zustand entspricht Oberflächen-Schwingungen des Kerns [22]. Aufgrund der niedrigen Anregungsenergie ist dieser aber für die Auswertung nicht weiter interessant. In etwas höheren Energiebereichen befindet sich die schon länger bekannte Pygmy-Dipol-Resonanz (PDR) [23]. Die aktuellen Modelle gehen davon aus, dass hier eine überschüssige „Neutronen-Haut“ gegen einen Restkern mit $N \simeq Z$ schwingt. Deshalb sollte in einer Isotopenkette die Übergangsstärke mit zunehmender Anzahl an Neutronen stärker werden [24]. Allerdings sind die genauen Strukturen und Eigenschaften dieser Resonanz weitestgehend unverstanden. Die Pygmy-Resonanz liegt knapp unterhalb der Neutronenschwelle, welche für ^{48}Ca ungefähr bei 9.9 MeV liegt [20]. Oberhalb der Neutronenschwelle kommt

es zu der von W. Bothe und W. Gentner sowie von G. C. Baldwin und G. S. Klaiber entdeckten Dipol-Riesenresonanz (GDR) [25, 26]. Sie enthält nahezu die gesamte elektrische Dipolstärke des Spektrums. Bei diesem isovektoriellen Vorgang wird angenommen, dass ein Neutronen-Cluster bestehend aus sämtlichen Neutronen und ein Protonen-Cluster bestehend aus sämtlichen Protonen um ihren gemeinsamen Schwerpunkt schwingen [27]. Da es sich bei der GDR nicht mehr um einen gebundenen Zustand handelt, findet sich im Spektrum keine diskrete Linie wieder, sondern eine kontinuierliche Verteilung mit einem Energiebereich von 10 – 20 MeV. Die Lage des Maximums E_{\max} der Verteilung kann nach [28] in Abhängigkeit von der Massenzahl A mit

$$E_{\max} = (31.2 A^{-1/3} + 20.6 A^{-1/6}) \text{ MeV} \quad (2.18)$$

abgeschätzt werden. Demnach liegt das Maximum für ^{48}Ca bei 19.4 MeV. Die Ausläufer der Riesenresonanz fallen jedoch in den untersuchten Energiebereich.

2.3 Grundlagen der inelastischen Protonenstreuung

In diesem Kapitel werden die Grundlagen der inelastischen Protonenstreuung erläutert. Dazu wird zunächst kurz auf die klassische Streuphysik eingegangen. Danach werden diese klassischen Zusammenhänge in den Formalismus der Quantenmechanik überführt und die dazu verwendete Plane Wave Born Approximation bzw. die Distorted Wave Born Approximation erklärt. Schließlich werden die hier verwendete Nukleon-Nukleon Wechselwirkung und das Quasiparticle Phonon Model näher beschrieben.

2.3.1 Coulomb-Streuung

Da Protonen einfach positiv geladen sind, muss bei der inelastischen Protonen-Streuung die elektromagnetische Coulomb-Wechselwirkung $V_C(r)$ berücksichtigt werden, welche in diesem Fall repulsiv auf die Protonen wirkt. Damit die Protonen ($Z_p = 1$) mit der Kernkraft wechselwirken können, muss ihre kinetische Energie größer sein als die Coulomb-Schwelle

$$U_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze_0^2}{r}, \quad (2.19)$$

wobei ϵ_0 die elektrische Feldkonstante, e_0 die Elementarladung und Z die Ladungszahl des Targets beschreiben. Der Interaktionsradius r setzt sich zusammen aus dem Radius des Targets r_t und dem Radius des freien Protons r_p . Mit $r_t \approx 1.2 \text{ fm } A^{1/3}$ entspricht diese Schwelle für ^{48}Ca etwa 13.3 MeV. Ist die kinetische Energie des Projektils kleiner als diese Schwelle, treten nur elektromagnetische Wechselwirkungen auf. Ist die Energie größer, kommt es sowohl zu elektromagnetischen Wechselwirkungen als auch zu einer Wechselwirkung mit der Kernkraft (z.B. Spinflips).

Bei der klassischen Betrachtung der Coulomb-Streuung wird angenommen, dass ein punktförmiges, geladenes Projektil mit der Masse m aus dem Unendlichen mit dem Impuls \vec{k}_i und dem Stoßparameter b einläuft. Der Stoßparameter b ist der kürzeste Abstand zwischen Projektil und Target, wenn keine Kraft

wirken würde. Die repulsive Coulomb-Kraft zwingt das Projektil auf eine Hyperbel und ändert den Impuls in \vec{k}_f , ohne dabei die kinetische Energie E des Projektils zu verändern (Siehe dazu Abbildung 2.3). Der daraus resultierende differentielle Wirkungsquerschnitt $d\sigma/d\Omega(\theta)$ hängt von dem Streuwinkel θ ab und ist der Rutherford-Wirkungsquerschnitt. Dieser entspricht für ein einfach geladenes Projektil

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ruth}}(\theta) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze_0^2}{4E} \frac{1}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)}. \quad (2.20)$$

Wie erwartet nimmt die Ablenkung mit wachsender kinetischer Energie ab und mit wachsender Kernladungszahl Z zu. Ist die kinetische Energie im Bereich der Ruheenergie, verhält sich das Projektil relativistisch und der Rutherford-Wirkungsquerschnitt muss zum Mott-Wirkungsquerschnitt

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left[1 - \beta^2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right)\right] \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Ruth}} \quad (2.21)$$

mit $\beta = v/c$ korrigiert werden. Weiter kann aus der Abbildung 2.3 gefolgert werden, dass für die Impulsänderung $q = \Delta k = |\vec{k}_f - \vec{k}_i|$ die Beziehung

$$q = 2mv \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (2.22)$$

gilt. Wird nur die Coulomb-Kraft bei der Wechselwirkung berücksichtigt, liefert die Verwendung des Formalismus der Quantenmechanik aus Kapitel 2.3.2 dasselbe Ergebnis für den differentiellen Wirkungsquerschnitt wie Gleichung 2.20 bzw. 2.21.

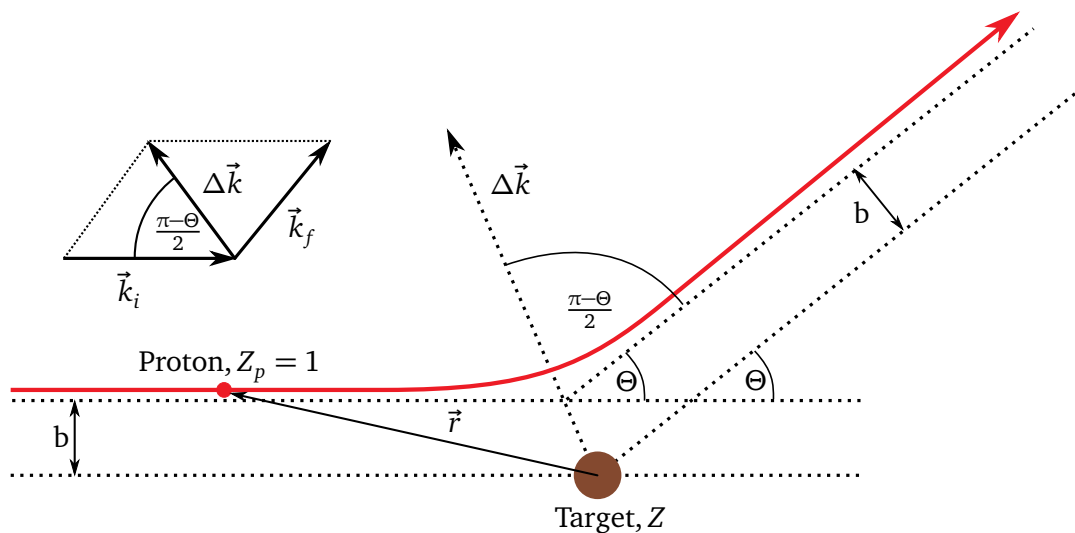


Abbildung 2.3: Schematische Darstellung der Coulomb-Streuung. Die Trajektorie des mit dem Stoßparameters b einlaufenden Projektils, welches am Target abgelenkt wird, ist rot dargestellt.

2.3.2 Quantenmechanische Betrachtung der Streuung

Wird der Streuvorgang von Teilchen an Atomkernen quantenmechanisch betrachtet, kann der einlaufende Teilchenstrahl vereinfacht als ebene Welle (Charakterisiert durch den Wellenvektor $\vec{k} = \vec{p}/\hbar$) dargestellt werden. Wird diese an einem Zentralpotential $V(r)$ gestreut, entstehen für einen Beobachter in

großer Entfernung zum Streuzentrum zusätzliche radialsymmetrische Wellen mit der Wellenzahl k' (Siehe dazu Abbildung 2.4). Deren Amplitude $f(\theta)$ hängt bei einem nicht Spin-polarisierten Teilchenstrom nur von dem Streuwinkel θ ab. Somit ist eine mögliche Darstellung der gesamten Wellenfunktion $\Psi(\vec{r})$ mit:

$$\Psi(\vec{r}) = A \left[e^{i\vec{k}\vec{r}} + f(\theta) \frac{e^{ik'r}}{r} \right] \quad (2.23)$$

gegeben. Dabei beschreibt der erste Summand die einlaufende Welle und der zweite Term die auslaufende Welle. Der Vorfaktor A dient zur Normierung der Wellenfunktion. Läuft der Teilchenstrom mit einer Geschwindigkeit v_i ein und die Teilchen der Radialwellen mit v_f aus, gilt für die beiden Stromdichten j_i bzw. j_f :

$$j_i = \Psi_i^\dagger \Psi_i v_i = \left| A e^{i\vec{k}\vec{r}} \right|^2 v_i = A^2 v_i \quad (2.24)$$

$$j_f = \Psi_f^\dagger \Psi_f v_f = \left| A f(\theta) \frac{e^{ik'r}}{r} \right|^2 v_f = A^2 \frac{|f(\theta)|^2}{r^2} v_f. \quad (2.25)$$

Damit ergibt sich der differenzielle Wirkungsquerschnitt zu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) = \frac{j_f dF}{j_i d\Omega}(\theta) = \frac{v_f}{v_i} |f(\theta)|^2. \quad (2.26)$$

Der Wirkungsquerschnitt hängt ausschließlich von dem Verhältnis der Geschwindigkeiten und dem Betragsquadrat der Streuamplitude $f(\theta)$ ab. Um einen Zusammenhang zwischen der Streuamplitude und dem Potential $V(r)$ zu finden, wird die stationäre Schrödingergleichung mit $U(r) = 2mV(r)/\hbar^2$ in der Ortsdarstellung betrachtet:

$$\nabla^2 \psi(\vec{r}) - U(r)\psi(\vec{r}) = -k^2 \psi(\vec{r}). \quad (2.27)$$

Diese Gleichung lässt sich mit Hilfe der Green'schen Funktion zu

$$\psi(\vec{r}) = \Phi(\vec{r}) - \frac{m}{2\pi\hbar^2} \int \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} V(r') \psi(\vec{r}') d^3 r' \quad (2.28)$$

lösen. Dies entspricht der Lippmann-Schwinger-Gleichung [29] in der Ortsdarstellung, wobei $\Phi(\vec{r}) = e^{i\vec{k}\vec{r}}$ die Lösung der homogenen Differentialgleichung (mit $V(r) = 0$) von Gleichung 2.27 ist. Um die Gleichung weiter zu lösen, wird ein Iterationsverfahren angewandt, wobei $\Phi(\vec{r})$ als Startwert für $\psi_0(\vec{r})$ eingesetzt wird. Bricht man dieses Verfahren nach dem ersten Iterationsschritt ab, erhält man für die Wellenfunktion die sogenannte erste Born'sche Näherung:

$$\psi_{\text{PWBA}}(\vec{r}) = \Phi(\vec{r}) - \frac{m}{2\pi\hbar^2} \int \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} V(r') e^{i\vec{k}\vec{r}'} d^3 r' \quad (2.29)$$

Diese Näherung ist allerdings nur gerechtfertigt, wenn die Form der Wellen gering durch das Streupotential beeinflusst werden, also $V(r')$ klein im Vergleich zu der kinetischen Energie des einlaufenden Teilchenstroms ist. Da hierbei näherungsweise von perfekten Ebene/Kugel-Wellen ausgegangen wurde,

wird dieses Verfahren auch Plane Wave Born Approximation (PWBA) genannt. Erfüllt das Potential nicht mehr die Bedingung, muss mit verzerrten Wellen gearbeitet werden (Siehe dazu Kapitel 2.3.4). Ist der Abstand vom Potentialzentrum r viel größer als die Reichweite des Potentials $V(r')$ kann $k|\vec{r} - \vec{r}'|$ in einer Reihe entwickelt werden und Gleichung 2.29 wird zu

$$\psi_{\text{PWBA}}(\vec{r}) \approx \Phi(\vec{r}) - \frac{m}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{ik'r}}{r} \int e^{-i\vec{k}'\vec{r}'} V(r') e^{i\vec{k}\vec{r}'} d^3r' \quad (2.30)$$

genähert. Ein Vergleich mit Gleichung 2.23 liefert den gesuchten Ausdruck für die Streuamplitude:

$$f(\theta) \approx \frac{m}{2\pi\hbar^2} \int e^{-i\vec{k}'\vec{r}'} V(r') e^{i\vec{k}\vec{r}'} d^3r' \quad (2.31)$$

Nach der PWBA ist die Streuamplitude eine Fourier-Transformation des Streupotentials. Hierbei orientiert sich die Herleitung dieses Kapitels an [30].

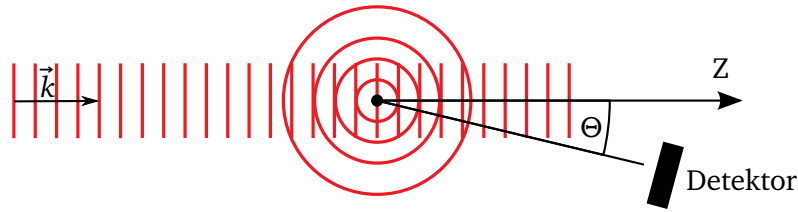


Abbildung 2.4: Schematische Darstellung eines Streuvorgangs: Die einlaufenden Protonen können als ebene Welle aufgefasst werden. Bei der Streuung an einem Potential $V(r)$ entstehen radialsymmetrische Wellen, welche sich mit der ebenen Welle überlagern und unter dem Winkel Θ von einem Detektor registriert werden können.

2.3.3 Übergangsmatrix und differentieller Wirkungsquerschnitt

Im Folgenden wird $\psi(\vec{r})$ in der Lippmann-Schwinger-Gleichung 2.28 nicht durch eine ebene Welle ersetzt, sondern allgemein gehalten. Wird analog zum Vorgehen in Kapitel 2.3.2 die Gleichung für einen Abstand r viel größer als die Reichweite des Potentials $V(r')$ entwickelt, so kann

$$f(\theta) \approx \frac{m}{2\pi\hbar^2} \int e^{-i\vec{k}'\vec{r}'} V(r') \psi(\vec{r}') d^3r' \equiv \frac{m}{2\pi\hbar^2} \langle \Phi | V | \psi \rangle \equiv \frac{m}{2\pi\hbar^2} T(\vec{k}, \vec{k}') \quad (2.32)$$

als basisunabhängige Schreibweise verwendet werden [30]. Dabei wird $T(\vec{k}', \vec{k})$ als Übergangsmatrix bezeichnet. Daraus folgt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta) \equiv \frac{d\sigma}{d\Omega}(\vec{k}', \vec{k}) = \left(\frac{m}{2\pi\hbar^2} \right)^2 \frac{|\vec{k}'|}{|\vec{k}|} |T(\vec{k}, \vec{k}')|^2 \quad (2.33)$$

für den differentiellen Wirkungsquerschnitt aus Gleichung 2.26. In dieser Gleichung beschreibt \vec{k} bzw. \vec{k}' den Impuls des einlaufenden und des auslaufenden Teilchens. Da innere Freiheitsgrade wie der Drehimpuls des Kerns hierbei nicht berücksichtigt werden, gilt die Gleichung nur für gerade Kerne im Grundzustand $J = 0^+$ [31].

2.3.4 Distorted Wave Born Approximation

Da die PWBA in obiger Form keine inelastischen Effekte berücksichtigt, ist es nötig dieses Konzept zu der so genannten Distorted Wave Born Approximation (DWBA) zu erweitern. Hierbei ist zum einen die Auswirkung des Streupotentials $V(r)$ auf die Form der Welle nicht mehr wie in Kapitel 2.3.2 zu vernachlässigen und zum anderen müssen die verschiedenen Zustände des Kerns betrachtet werden. Dazu muss unter anderem in Gleichung 2.33 die Masse durch die reduzierte Masse μ des Projektil-Kern-Systems ersetzt und das Streupotential in zwei Potentiale $V_0(r)$ und $U_0(r)$ aufgeteilt werden:

$$V(r) = V_0(r) + U_0(r). \quad (2.34)$$

Das Potential $V_0(r)$ beschreibt die inelastische Streuung und muss stärker gewählt werden als das Potential $U_0(r)$, welches die elastische Streuung beschreibt. Die Übergangsmatrix wird nun in einer Basis von verzerrten (distorted) Wellen $\chi(\vec{r})$ entwickelt und enthält zusätzlich die Information der Zustände des Kerns $|\Psi_N\rangle$:

$$T_{\text{DWBA}} = \langle \chi' | \langle \Psi'_N | V_0(r) | \Psi_N \rangle | \chi \rangle \quad (2.35)$$

$$= \int \int \chi'(\vec{r}_\beta) \langle \Psi'_N | V_0(r) | \Psi_N \rangle \chi(\vec{r}_\alpha) d^3 r_\alpha d^3 r_\beta \quad (2.36)$$

Dabei beschreibt $\chi(\vec{r}_\alpha)$ bzw. $\chi'(\vec{r}_\beta)$ die verzerrte Welle des einlaufenden sowie des auslaufenden Teilchens und sind durch die basisunabhängige Lippmann-Schwinger-Gleichung [29]

$$|\chi\rangle = |\vec{k}\rangle + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{E(\vec{k}) - H_0 \pm i\epsilon} U_0(\vec{r} - \vec{r}_n) |\chi\rangle \quad (2.37)$$

gegeben. Hierbei verhindert der Term $i\epsilon$ eine mögliche Singularität. Das Vorzeichen ist positiv für die einlaufende Welle χ und negativ für die auslaufende Welle χ' . Die Eigenenergie $E(\vec{k}) = \hbar^2 \vec{k}^2 / 2m$ und der dazugehörige Hamilton-Operator H_0 sind durch die Eigenwertgleichung

$$H_0 |\vec{k}\rangle = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 |\vec{k}\rangle = E(\vec{k}) |\vec{k}\rangle \quad (2.38)$$

eines freien Teilchens definiert. Das Potential $U_0(\vec{r} - \vec{r}_n)$ beschreibt die Auswirkung des Kerns auf das einlaufende Teilchen. Wird $U_0(\vec{r} - \vec{r}_n)$ mit der Grundzustandsdichte $\rho_0(\vec{r}_n)$ des Kerns gefaltet, entspricht dies einem optischen Potential

$$U(r) = \int \rho_0(\vec{r}_n) U_0(\vec{r} - \vec{r}_n) d^3 r_n. \quad (2.39)$$

Eine Möglichkeit besteht darin, das optische Potential durch phänomenologische Potentiale zu beschreiben. Im nicht relativistischen Fall eignet sich

$$\tilde{U}(r) = V_C(r) - \tilde{V}_{s_V}(r) - i\tilde{W}_{s_W}(r) + \left(\tilde{V}_{l\sigma} \frac{d}{dr} s_{l\sigma}(r) + i\tilde{W}_{l\sigma} \frac{d}{dr} s_{l\sigma}(r) \right) \frac{2}{r} \vec{L} \cdot \vec{\sigma} \quad (2.40)$$

als phänomenologisches Potential. Das Potential besteht aus einem Coulomb-Term $V_C(r)$, einem spinunabhängigen und einen spinabhängigen Term, wobei die beiden letzteren jeweils einen reellen sowie einen imaginären Anteil besitzen. Die r-Abhängigkeit der Potentialteile $s_x(r)$ wird in allen Termen durch ein Woods-Saxon-Verlauf wiedergegeben und die Oberflächeneffekte werden durch dessen Ableitung modelliert:

$$s_x(r) = \frac{1}{1 + e^{(r-r_x A^{1/3})/a_x}}. \quad (2.41)$$

Der Index x wird durch die entsprechenden Indices $V, W, l\sigma$ ersetzt. Die Potentialtiefen $\tilde{V}, \tilde{W}, \tilde{V}_{l\sigma}, \tilde{W}_{l\sigma}$ sowie die Parameter r_x, a_x werden durch Anpassung an die Messwerte der elastischen Linie bestimmt.

Dieser Formalismus, aus [31–33] entnommen, wird in dem Computerprogramm DWBA07 [34] verwendet, um die Wirkungsquerschnitte in Abhängigkeit des Streuwinkels zu berechnen. Die hierzu noch benötigten Wellenfunktionen des Kerns vor bzw. nach der Streuung ($|\Psi_N\rangle$ bzw. $|\Psi'_N\rangle$) werden mit dem Quasiparticle Phonon Model aus Kapitel 2.3.6 bestimmt. Bei der inelastischen Streuung von Protonen an einem Kern beschreibt $V_0(r)$ die inelastische Wechselwirkung zwischen dem Proton und allen Nukleonen des Kerns. Das Potential kann deshalb in eine Summe über A separate Zweiteilchen-Wechselwirkungen v_i zwischen dem streuenden Proton und dem i -ten Nukleon des Kerns als

$$V_0(r) = \sum_{i=1}^A v_i(r_i) \quad (2.42)$$

geschrieben werden. Auf diese Nukleon-Nukleon Wechselwirkungen (N-N Wechselwirkung) wird in Kapitel 2.3.5 eingegangen.

2.3.5 Potential der Nukleon-Kern Streuung

Für die in der DWBA benötigte N-N Wechselwirkung wird ein effektives Potential verwendet. Dieses Potential wurde von M. A. Franey und W. G Love [7] für die Nukleonen-Kern Streuung mit einer Projektilenergie zwischen 100 MeV und 1000 MeV entwickelt und hat sich zur Auswertung von Protonenstreuungen bewährt [35]. Dabei orientieren sich Franey und Love an dem Potential der freien N-N Streuung und wählten für die Zweiteilchen-Wechselwirkung aus Gleichung 2.42 folgendes effektives Potential:

$$v_i(r_i) \equiv V^C(r_i) + V^{LS}(r_i)\vec{L} \cdot \vec{S} + V^T(r_i)S_i \quad (2.43)$$

Dabei beschreibt $V^C(r_i)$ den Zentralteil, $V^{LS}(r_i)$ die Spin-Bahn Wechselwirkungsanteil und $V^T(r_i)$ den Tensoranteil mit:

\vec{L} : relativer Drehimpuls von Proton und i -ten Nukleon

$\vec{\sigma}$: Pauli-Spin-Operator

$\vec{S} = \vec{\sigma}_i + \vec{\sigma}_p$: relativer Spin von Proton und i -ten Nukleon

$S_i = 3(\vec{\sigma}_i \hat{r}) \cdot (\vec{\sigma}_p \hat{r}) - \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_p$, $\hat{r} = \vec{r}/|\vec{r}|$: Tensor Operator

$\vec{r} = \vec{r}_i - \vec{r}_p$: Verbindungsvektor zwischen Proton und i -ten Nukleon

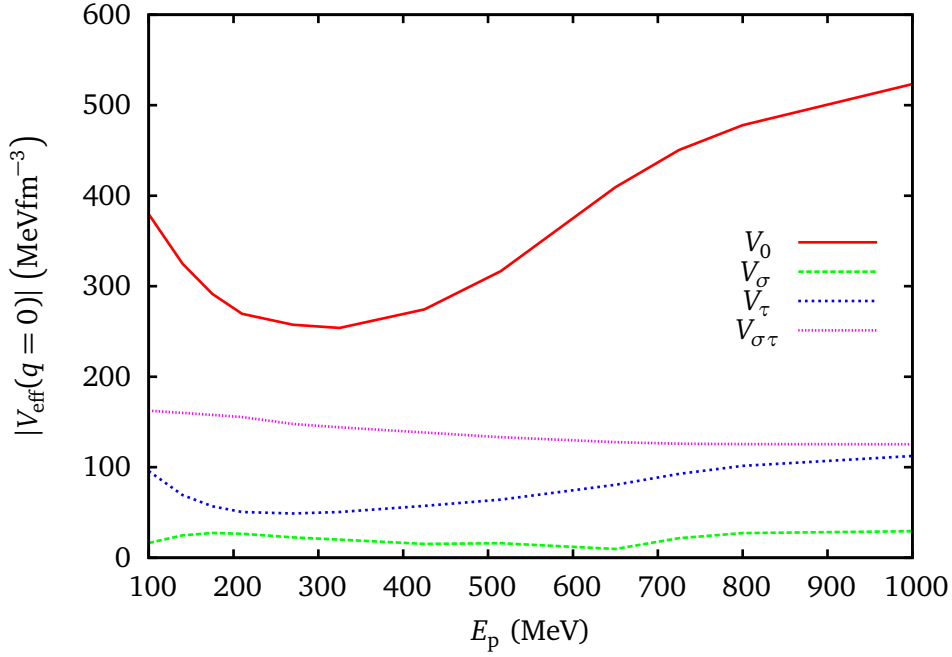


Abbildung 2.5: Energieabhängigkeit der Zentralterme bei einer Nukleon-Nukleon Streuung für $q = 0 \text{ fm}^{-1}$ nach Franey und Love [8].

Da bei der Protonenstreuung, welche in dieser Arbeit untersucht wird, der Impulsübertrag q klein ist, kann eine weitere Näherung verwendet werden. So ist für $q < 1 \text{ fm}^{-1}$ der Anteil der Spin-Bahn-Wechselwirkung und des Tensoroperators im Vergleich zum Zentralteil vernachlässigbar und es wird nur noch der Zentralterm berücksichtigt:

$$v_i(r_i) = V_0^C(r_i) + V_\sigma^C(r_i)\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_p + V_\tau^C(r_i)\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_p + V_{\sigma\tau}^C(r_i)\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_p \cdot \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_p \quad (2.44)$$

Die Abhängigkeit der Vorfaktoren $V^C(r_i)$ vom Abstand r_i zwischen Proton und i -ten Nukleon wird durch Yukawa-Funktionen beschrieben. Dies soll den Mesonenaustausch als Wechselwirkungsmechanismus widerspiegeln:

$$V_x^C(r_i) = \tilde{V}_x^C \frac{e^{r_i/R_x}}{r_i/R_x}. \quad (2.45)$$

Der in $v_i(r_i)$ vorkommende Spin-Operator $\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_p$ bewirkt Spinflips, der Isospin-Operator $\vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_p$ bewirkt Isospin-Flips und der Spin-Isospin-Operator $\vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_p \cdot \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_p$ bewirkt einen gleichzeitigen Flip beider Spinsorten. Da das eingeschossene Proton den Spin $S = 1/2$ und Isospin $T = 1/2$ besitzt, sind somit folgende vier Anregungsarten möglich:

- isoskalar ohne Spinflip: $\Delta T = 0$ und $\Delta S = 0$,
- isovektoriell ohne Spinflip: $\Delta T = 1$ und $\Delta S = 0$,
- isoskalar mit Spinflip: $\Delta T = 0$ und $\Delta S = 1$,
- isovektoriell mit Spinflip: $\Delta T = 1$ und $\Delta S = 1$.

In Abbildung 2.5 ist für $q \rightarrow 0 \text{ fm}^{-1}$ die Abhängigkeit der Zentralterme von der Projektilenergie aufgetragen. Es ist deutlich erkennbar, dass für alle Projektilenergien der Anteil von $V_0^C(r_i)$ dominiert und die Auswirkung des Spinoperators am geringsten ist. Allerdings nimmt $V_\sigma^C(r_i)$ bei 200 MeV sein Maximum an. Somit ergeben sich bei einer Projektilenergie von 200 MeV die maximale Anzahl an isoskalaren Spinflips. Im Energiebereich von 200 - 300 MeV besitzt $V_0^C(r_i)$ sowie $V_\tau^C(r_i)$ ein Minimum und das Verhältnis von $V_{\sigma\tau}^C(r_i)/V_0^C(r_i)$ sowie $V_{\sigma\tau}^C(r_i)/V_\tau^C(r_i)$ wird maximal. Somit eignet sich eine Projektilenergie in diesem Bereich besonders um isovektorielle Spinflips zu untersuchen.

2.3.6 Quasiparticle Phonon Model

Um die Anregungszustände des Kerns zu beschreiben, wird in dieser Arbeit das Quasiparticle Phonon Model, kurz QPM, verwendet [36]. Mit diesem Modell konnten schon verschiedene Kollektivanregungen in schweren Kernen erfolgreich beschrieben werden. Darunter fallen zum Beispiel niedrig liegende Dipolstärken [37] oder auch die Pygmy-Resonanz [35]. Die in dieser Arbeit verwendeten QPM-Rechnungen stammen von V. Yu. Ponomarev * und der verwendete Formalismus folgt hauptsächlich [38].

Als Ausgangspunkt werden die grundlegenden Überlegungen des Schalenmodells aus Kapitel 2.2.1 verwendet. Die Anregung des Kerns wird mathematisch durch ein angeregtes Nukleon in dem höher gelegenen Energieniveau und dem dadurch entstandene Loch im niedrigeren Energieniveau beschrieben. Dieser Zustand wird $1p - 1h$ Zustand (one particle-one hole) genannt und entspricht in der QPM einem Quasiteilchen. Ist ein gg-Kern im Grundzustand, liegt somit im idealen Fall ein Quasiteilchen-Vakuum vor. Eine Kopplung von verschiedenen Teilchen-Loch-Zuständen beschreibt die Phänomene von kollektiven Anregungen. Um die Rechenanforderungen zu begrenzen, werden nur $1p - 1h$ Konfigurationen zugelassen. Dies ist zum einen gerechtfertigt, da die Zustandsdichte von komplexen $np - nh$ Konfigurationen unterhalb und in der Nähe der Teilchenschwelle klein ist. Zum anderen werden für die spätere Auswertung nur der relative Verlauf der theoretischen Winkelverteilungen des Wirkungsquerschnitts einzelner Zustände benötigt. Die Verwendung von z.B. $2p - 2h$ oder $3p - 3h$ Konfigurationen ist erst von Bedeutung, wenn theoretische Übergangsstärke-Verteilungen benötigt werden.

Für einen gg-Kern wird

$$H = H_{\text{mean}} + H_{\text{paar}} + H_{\text{R}} \quad (2.46)$$

als Hamilton-Operator gewählt. Dabei beschreibt H_{paar} die kurzreichweitige Paar-Kraft, H_{R} die Restwechselwirkung und H_{mean} das Hauptfeld, welches analog zu Kapitel 2.2.1 die mittlere Wechselwirkung des Kerns auf ein Nukleon beschreibt. Das Hauptfeld wird allerdings nicht mehr durch den harmonischen Oszillator genähert, sondern mit Hilfe der zweiten Quantisierung als

$$H_{\text{mean}} = \sum_{\tau} \sum_{j,m}^{n,p} E_j a_{jm}^{\dagger} a_{jm} \quad (2.47)$$

dargestellt. Die Summen laufen über $\tau = +1$ ($\tau = -1$) für Protonen (Neutronen) und über alle in dem jeweiligen Zustand erlaubten Quantenzahlen $j \equiv [n, l, j]$, m . Die Summanden setzt sich aus der Einteilchenenergie E_j und dem Erzeuger- bzw. Vernichter- Operator a_{jm}^{\dagger} bzw. a_{jm} zusammen. Die Paar-Kraft

* Institut für Kernphysik, TU Darmstadt, Deutschland.

H_{Paar} beschreibt eine Restwechselwirkung, welche Nukleonen mit gleichen Isospin in nicht magischen Kernen paart. Sie wird mit einem konstanten Matrixelement $G_{\tau}^{(0)}$ durch

$$H_{\text{Paar}} = \sum_{\tau} G_{\tau}^{(0)} \sum_{j,j'}^{n,p} \sqrt{(2j+1)(2j'+1)} [a_{jm}^{\dagger} a_{j-m}^{\dagger}]_{00} [a_{j'-m'} a_{j'm'}]_{00} \quad (2.48)$$

und mit

$$[a_j^{\dagger} a_{j'}^{\dagger}]_{\lambda\mu} = \sum_{m,m'} C_{jmj'm'}^{\lambda\mu} a_{jm}^{\dagger} a_{j'm'}^{\dagger} \quad (2.49)$$

ausgedrückt. Der Faktor $C_{jmj'm'}^{\lambda\mu}$ entspricht dem Clebsch-Gordan-Koeffizient für die angegebenen Quantenzahlen j, j', m, m' . Der Vorfaktor $G_{\tau}^{(0)}$ legt die Stärke der Wechselwirkung fest und wird durch Anpassung an experimentelle Daten bestimmt. Für die Restwechselwirkung H_R wird die separable Form

$$H_R = \sum_{\lambda\mu} \sum_{\tau\rho}^{\pm 1} \left(\kappa_0^{(\lambda)} + \rho \kappa_1^{(\lambda)} \right) M_{\lambda\mu}^{\dagger}(\tau) M_{\lambda\mu}(\rho\tau) \quad (2.50)$$

gewählt. Dies entspricht einer Zerlegung des Operators in die einzelnen Multipolanteile mit der Ordnung λ . Der Parameter $\kappa_0^{(\lambda)}$ bestimmt die Stärke des isoskalaren und $\kappa_1^{(\lambda)}$ die Stärke des isovektoriellen Anteils. Der Faktor ρ besitzt den Wert ± 1 und unterscheidet zwischen $\Delta T = 0$ und $\Delta T = 1$ Anregungen. Der Multipoloperator $M_{\lambda\mu}^{\dagger}(\tau)$ ist für Zustände mit $\pi \in \mathbb{N}$ in der Schreibweise der Quasiteilchen-Operatoren durch

$$M_{\lambda\mu}^{\dagger}(\tau) = \sum_{jj'}^{\tau} \frac{f_{jj'}^{(\lambda)}}{\sqrt{2\lambda+1}} \left[\frac{1}{2} u_{jj'}^{(+)} \left([a_j^{\dagger} a_{j'}^{\dagger}]_{\lambda\mu} + (-1)^{\lambda-\mu} [a_{j'} a_j]_{\lambda-\mu} \right) - v_{jj'}^{(-)} B_{\tau}(jj'; \lambda\mu) \right], \quad (2.51)$$

$$B_{\tau}(jj'; \lambda\mu) = \sum_{mm'} (-1)^{j'+m'} C_{jmj'm'}^{\lambda\mu} a_{jm}^{\dagger} a_{j'-m'} \quad \text{und} \quad (2.52)$$

$$f_{jj'}^{(\lambda)} = \langle j || i^{\lambda} f_{\lambda}^{\tau}(r) Y_{\lambda}(\Omega) || j' \rangle \quad (2.53)$$

gegeben. Hierbei ist $f_{jj'}^{(\lambda)}$ das reduzierte Matrixelement des Multipoloperators und $u_{jj'}^{(+)}$ bzw. $v_{jj'}^{(-)}$ Linearkombinationen der Bogoliubov-Koeffizienten. Diese Koeffizienten sowie die Quasiteilchen-Operatoren a_j^{\dagger} werden später bei Gleichung 2.55 erläutert. Die Funktion $f_{\lambda}^{\tau}(r)$ entspricht dem radialen Formfaktor. Für seine Darstellung wird der Ansatz $f_{\lambda}^{\tau}(r) = r^{\lambda}$ oder die Ableitung eines Potentials $f_{\lambda}^{\tau}(r) = dU^{\tau}(r)/dr$ verwendet, um Oberflächeneffekte zu berücksichtigen. Für das Potential $U^{\tau}(r)$ wird hier der Zentralteil des Hauptfeldes verwendet:

$$U^{\tau}(r) = -\frac{V_0^{\tau}}{1 + e^{(r-R_0^{\tau})/a_0^{\tau}}} - \frac{\kappa}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{V_0^{\tau}}{1 + e^{(r-R_0^{\tau})/a_0^{\tau}}} \vec{l} \cdot \vec{\sigma} \right) + V_C(r). \quad (2.54)$$

Bei dieser Darstellung des Potentials ist $V_C(r)$ das Coulomb-Potential, welches zwischen den Protonen wirkt. Die Parameter $V_0^{\tau}, \kappa, R_0^{\tau}, a_0^{\tau}$ werden phänomenologisch durch Experimente bestimmt. Die Werte dieser Parameter befinden sich in Tabelle 2.2.

Tabelle 2.2: Parameter des Potentials $U^\tau(r)$ für ^{48}Ca [39].

Teilchen	V_0^τ in MeV	κ in fm^{-2}	R_0^τ in fm	a_0^τ in fm
Neutronen	40.70	0.467	4.819	0.619
Protonen	58.68	0.324	4.506	0.630

Um nun die Schrödingergleichung mit dem Hamiltonoperator aus 2.47 zu lösen, wird der Operator diagonalisiert. Dies erspart erheblich Rechenzeit bzw. Rechenleistung. Für die Diagonalisierung wird eine kanonische Bogoliubov-Transformation verwendet, wobei folgende Quasiteilchen Erzeuger-Operatoren α_{jm}^\dagger und Vernichter-Operatoren α_{jm} verwendet werden:

$$a_{jm}^\dagger = u_j \alpha_{jm}^\dagger + (-1)^{j-m} v_j \alpha_{j-m} \quad (2.55)$$

Die Bogoliubov-Koeffizienten u_j, v_j müssen die Gleichungen

$$v_j^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{E_j - \lambda_\tau}{\epsilon_j} \right), \quad u_j^2 + v_j^2 = 1 \quad (2.56)$$

mit der Quasiteilchen-Energie $\epsilon_j = \sqrt{C_\tau^2 + (E_j - \lambda_\tau)^2}$ erfüllen. Der Faktor λ_t entspricht dem chemischen Potential für Protonen bzw. Neutronen und C_τ ist durch $C_\tau = G_\tau^{(0)} \sum_j u_j v_j$ definiert. Der Grundzustand eines gg-Kern wird als ein Quasiteilchen-Vakuum $|\rangle_q \equiv 0$ festgelegt und die Energie des Grundzustandes mit dem Variationsverfahren

$$\delta \left\{ \langle H_{\text{mean}} + H_{\text{Paar}} \rangle_q + \sum_j \mu_j (u_j^2 + v_j^2 - 1) \right\} = 0 \quad (2.57)$$

bestimmt, wobei H_R vernachlässigt wird. Die Lösung dieses Minimierungsproblems ist die bekannte BCS-Gleichung [40]

$$|\rangle_q = |BCS\rangle = \prod_{k>0} [u_k + v_k \alpha_k^\dagger \alpha_k^\dagger] |0\rangle, \quad (2.58)$$

welche die Supraleitung in der Festkörperphysik beschreibt. Der diagonalisierte Hamiltonoperator ohne die Restwechselwirkung ist nun durch

$$H_{\text{mean}} + H_{\text{Paar}} = \sum_\tau \sum_{j,n}^{n,p} \epsilon_j \alpha_{jm}^\dagger \alpha_{jm} \quad (2.59)$$

gegeben. Nach dem Grundzustand ist der erste, einfach angeregte Zustand ein Zwei-Quasiteilchen-Zustand $\alpha_{jm}^\dagger \alpha_{j'm'}^\dagger |BCS\rangle$. Da hierbei immer zwei Fermionen Quasiteilchen-Operatoren gekoppelt werden, können diese als ein Operator für Quasiteilchen, welche der Bosonen-Statistik gehorchen, dargestellt werden. Dafür wird der Phonon-Operator mit der Projektion μ in den Quasi-Bosonen Raum als

$$Q_{\lambda\mu}^\dagger = \frac{1}{2} \sum_\tau \sum_{jj'}^{n,p} \left\{ \Psi_{jj'}^{\lambda i} [\alpha_j^\dagger \alpha_{j'}^\dagger]_{\lambda\mu} - (-1)^{\lambda-\mu} \phi_{jj'}^{\lambda i} [\alpha_{j'} \alpha_j]_{\lambda-\mu} \right\} \quad (2.60)$$

eingeführt. Der Index i steht für die Anzahl der verschiedenen Phononen. Dabei muss darauf geachtet werden, dass i der Anzahl der Protonen und Neutronen Zwei-Quasiteilchen-Zustände entspricht, welche zu einem gleichen Drehimpuls koppeln. Dieses Vorgehen wird Quasiparticle Random-Phase Approximation (QRPA) genannt. Die Koeffizienten $\Psi_{jj'}^{\lambda i}$ und $\phi_{jj'}^{\lambda i}$ müssen die Normalisierungsbedingung

$$\sum_{jj'} \left(\Psi_{jj'}^{\lambda i} \Psi_{jj'}^{\lambda' i'} - \phi_{jj'}^{\lambda i} \phi_{jj'}^{\lambda' i'} \right) = 2\delta_{ii'} \delta_{\lambda\lambda'} \quad (2.61)$$

erfüllen und werden durch ein erneutes Variationsverfahren bestimmt:

$$\delta \left\{ \langle QRPA | Q_{\lambda\mu i} H_{QRPA} Q_{\lambda\mu i}^\dagger | QRPA \rangle - \frac{\omega_{\lambda i}}{2} \left(\sum_{jj'} \{ (\Psi_{jj'}^{\lambda i})^2 - (\phi_{jj'}^{\lambda i})^2 \} - 2 \right) \right\} = 0. \quad (2.62)$$

Der Hamiltonoperator H_{QRPA} lässt sich mit Hilfe des Phonon-Operators als

$$H_{QRPA} = \sum_{\lambda\mu i} \omega_{\lambda i} Q_{\lambda\mu i}^\dagger Q_{\lambda\mu i} + H_R \quad (2.63)$$

darstellen. Mit der Phononenenergie $\omega_{\lambda i}$ lässt sich schließlich die Wellenfunktion des Systems über

$$\Psi^v(J) = \left\{ \sum_{\alpha_1} S_{\alpha_1}^v(J) Q_{\alpha_1}^\dagger + \sum_{\alpha_2\beta_2} \frac{D_{\alpha_2\beta_2}^v(J)}{\sqrt{1 + \delta_{\alpha_2,\beta_2}}} [Q_{\alpha_2}^\dagger Q_{\beta_2}^\dagger]_J \right. \\ \left. + \sum_{\alpha_3\beta_3\gamma_3} \frac{T_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^v(J)}{\sqrt{1 + \delta_{\alpha_3,\beta_3} + \delta_{\alpha_3,\gamma_3}}} [Q_{\alpha_3}^\dagger Q_{\beta_3}^\dagger Q_{\gamma_3}^\dagger] + \dots \right\} |QRPA\rangle \quad (2.64)$$

$$\delta_{\alpha_3,\beta_3\gamma_3} = \delta_{\alpha_3,\beta_3} + \delta_{\alpha_3,\gamma_3} + \delta_{\beta_3,\gamma_3} + 2\delta_{\alpha_3,\beta_3} \delta_{\alpha_3,\gamma_3} \quad (2.65)$$

ausdrücken. Dabei entspricht der erste Summand einer $1p - 1h$ Konfiguration, der zweite Summand einer $2p - 2h$ Konfiguration, der dritte Summand einer $3p - 3h$ Konfiguration und so weiter. Die Parameter $S_{\alpha_1}^v$, $D_{\alpha_2\beta_2}^v$ und $T_{\alpha_3\beta_3\gamma_3}^v$ werden durch die Diagonalisierung des Hamiltonoperators 2.63 mit den entsprechenden Konfigurationen bestimmt.

3 Hochauflösende Protonenstreuung am RCNP

Da die Daten dieser Arbeit schon von A. Tamii * vollständig aufbereitet wurden [41], wird in den folgenden Kapitel die Vorgehensweise bei der Aufnahme und Aufbereitung der Messdaten nur kurz beschrieben. Für genaue Informationen sind die jeweils genannten Referenzen zu beachten. Außerdem werden an ausgewählten Stellen zusätzliche Arbeiten angegeben, welche als Beispiel dienen können.

3.1 Die Beschleunigeranlage

Die inelastische Protonenstreuung an ^{48}Ca wurde am Research Center for Nuclear Physics (RCNP) in Osaka Japan im Oktober 2004 aufgenommen. Die dortige Beschleunigeranlage ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

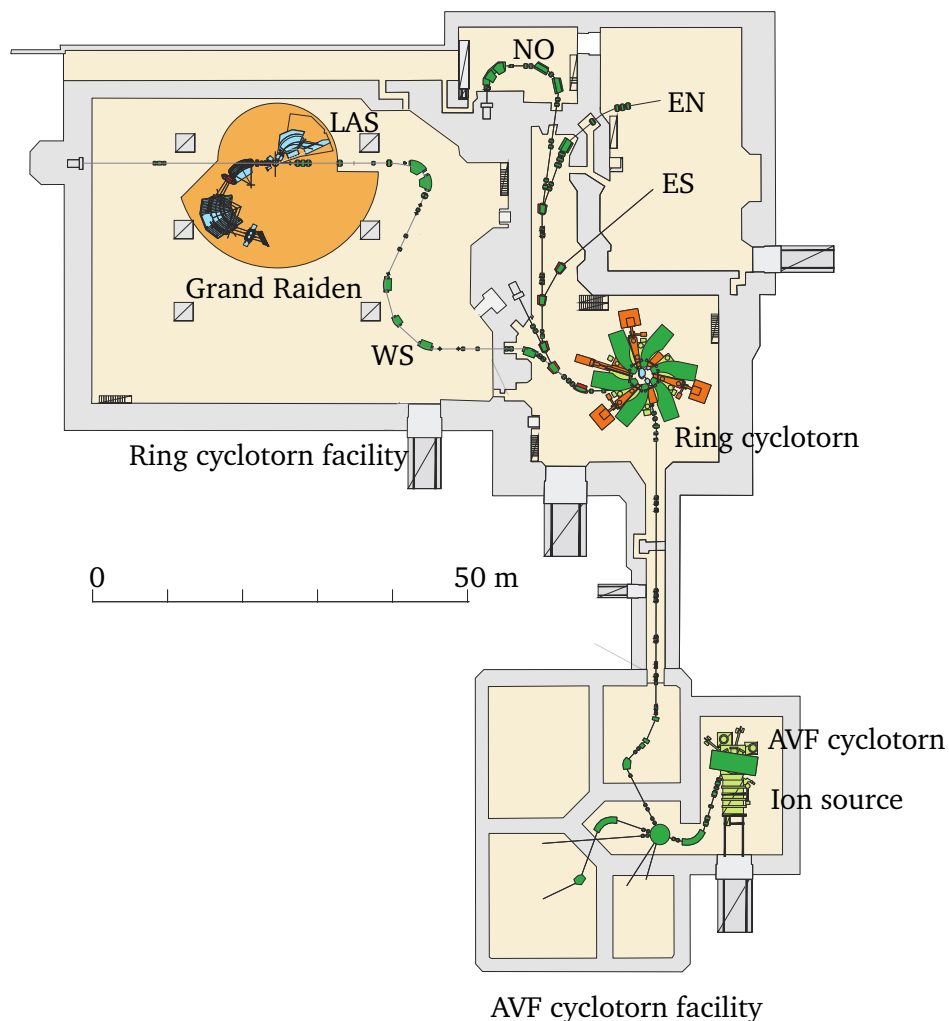


Abbildung 3.1: Zeichnung der Beschleunigeranlage Research Center for Nuclear Physics in Osaka Japan [42].

* RCNP, Osaka University, Japan.

Zunächst erzeugt die NEOMAFIOS ECR Ionen-Quelle [43] unpolarisierte Protonen. Diese werden mit einem Azimuthally Varying Field Isochronzyklotron (AVF-Zyklotron) auf 54 MeV vorbeschleunigt und anschließend in den Ring Zyklotron K400 injiziert. Dieser Ring Zyklotron besteht aus sechs Sektoren und beschleunigt die Protonen auf ihre finale Energie von 295 MeV. Von dort aus werden die Protonen zu den verschiedenen Experimentierplätzen Ost-Süd (ES), Ost-Nord (EN), Nord-Ost (NO) oder West-Süd (WS) transportiert. Für das $^{48}\text{Ca}(p, p')$ -Experiment werden die Protonen entlang der West-Süd Strahlführung (WS) auf das Target in eine Streukammer geleitet. Die dort gestreuten Teilchen werden mit dem in Kapitel 3.2 beschriebenen Grand Raiden Spektrometer [44] und dem Large Acceptance Spectrometer (LAS) detektiert. Das LAS [45] besitzt eine Impulsakzeptanz von 30% und besteht aus einem Quadrupol- und einem Dipolmagneten, sowie einem Fokalebene Detektor (Siehe dazu Abbildung 3.2). Der Fokalebene Detektor (FED) besteht aus zwei Driftkammern und zwei Kunststoff-Szintillatoren. Mit dem LAS kann während der Experimente am Grand Raiden die vertikale Strahlposition überprüft werden.

3.2 Grand Raiden Spektrometer

Die Spektren werden mit dem hochauflösenden Grand Raiden Spektrometer aufgezeichnet (Siehe dazu Abbildung 3.2), mit welchem es möglich ist, die inelastisch gestreuten Protonen unter extremen Vorwärtswinkeln bis hin zu $\theta_{\text{Lab}} = 0^\circ$ zu detektieren. Das Grand Raiden Spektrometer besteht aus drei Dipolmagneten D, zwei Quadrupolmagneten Q, einem Sextupolmagnet SX und einem Multipolmagnet MP. Die Anordnung dieser Magnete ist Q1-SX-Q2-D1-MP-D2-DSR. Der DSR-Magnet ist zusätzlich dafür konstruiert, den Spin der Teilchen zu rotieren, was in dieser Arbeit aber nicht von Bedeutung ist. Das Grand Raiden besitzt eine Impulsakzeptanz von 5% und eine Auflösung von $p/\Delta p = 37075$. Weitere Daten zum Spektrometer finden sich in [44]. Um bei extremen Vorwärtswinkeln eine gute Winkelauflösung zu bekommen wird das Spektrometer auch teilweise im under-focus Modus betrieben. Hierzu wird die Magnetfeldstärke von D1 derart verändert, dass der Fokus der vertikalen Trajektorie vor der Fokalebene liegt. Eine genauere Beschreibung von diesem Modus findet sich z.B. in [21, 42, 46].

Das Detektorsystem des Grand Raiden besteht aus einem in Kapitel 3.3 beschriebenen Fokalebene Detektor und einem Polarimeter Detektor (PED). Der PED [47] dient zur Messung der Polarisierung der gestreuten Teilchen. Da aber hier kein polarisierter Protonenstrahl verwendet wurde, ist dieser Detektor nicht weiter von Interesse. Weiter sei zu erwähnen, dass die Messung der Polarisationsänderung eines polarisierten Protonenstrahls zur Untersuchung der schwachen M1-Anregungen in ^{48}Ca mit diesem Aufbau nicht geeignet ist. Denn für die Bestimmung der Spinausrichtung der gestreuten Teilchen im PED, ist ein zweiter Streuvorgang nötig. Da aber die M1-Anregungen einen sehr kleinen Wirkungsquerschnitt bei der Primärstreuung haben, würden die Zählraten der meisten Übergänge vermutlich durch den zusätzlichen Verlust bei der zweiten Streuung unterhalb der Nachweisgrenze liegen.

3.3 Der Fokalebene Detektor

Der FED [48] des Grand Raiden besteht aus zwei vertikalen Driftkammern und einem 3 mm dicken Kunststoff-Szintillator-Detektor, welcher den Energieverlust der Teilchen misst. Beide Driftkammern besitzen jeweils eine X und eine U Kabel-Ebene, in welcher 192 bzw. 208 Kabel in einem äquidistanten Abstand von 6 mm bzw. 4 mm angebracht sind. Die X Ebene steht lotrecht auf der Dispersionsrichtung

des Grand Raiden Spektrometers und die U Ebene ist $48,19^\circ$ zu der X Ebene geneigt. Diese Kabel-Ebenen dienen als Anoden und sind zwischen drei Kathoden-Ebenen angebracht. Innerhalb der Kammern befindet sich ein Gasgemisch aus Argon, Isobutan und Isopropyl-Alkohol. Tritt ein Proton in die Kammer ein, ionisiert es das Gas und erzeugt freie Elektronen. Diese werden durch die Spannung zwischen Anoden- und Kathoden-Kabel beschleunigt und initiieren eine Entladungslawine. Durch die Messung der Driftzeit der Elektronen in dem elektrischen Feld kann errechnet werden mit welchen Abständen zum jeweiligen Kabel das Proton Ionisationen ausgelöst hat. Siehe [21, 42, 46] als Beispiel. So kann die Trajektorie der Protonen in der Ebene senkrecht zu den Kabel-Ebenen rekonstruiert werden und die vier Parameter x_{fp} , θ_{fp} , y_{fp} , ϕ_{fp} bestimmt werden. Hierbei ist x_{fp} der Durchstoßpunkt sowie θ_{fp} der Durchstoßwinkel des gestreuten Teilchens mit der Fokalebene und y_{fp} der Durchstoßpunkt sowie ϕ_{fp} der Durchstoßwinkel des Protons mit der nicht dispersiven Ebene des Grand Raiden.

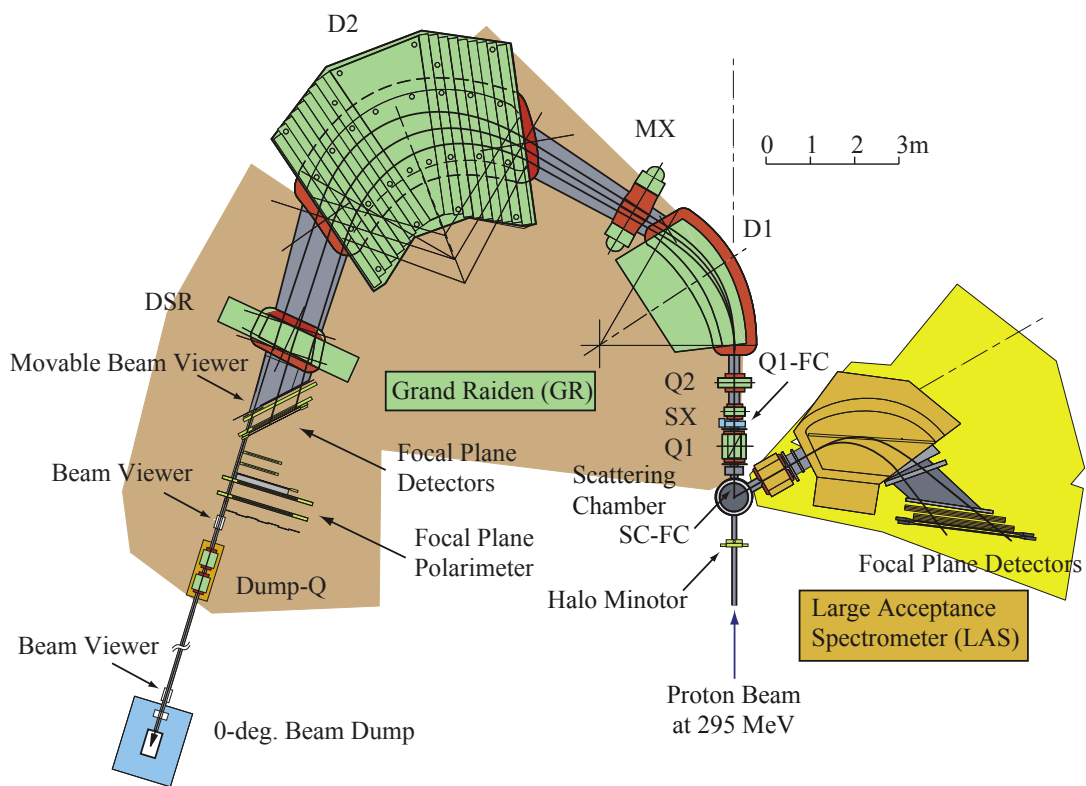


Abbildung 3.2: Zeichnung des Grand Raiden Spektrometers und des Large Acceptance Spectrometers in der 0° -Stellung [49].

3.4 Bearbeitung der Messdaten

Der horizontale Streuwinkel θ_{Lab} und der vertikale Streuwinkel ϕ_{Lab} können durch die Werte der Durchstoßpunkte x_{fp} , y_{fp} und den Durchstoßwinkeln θ_{fp} , ϕ_{fp} rekonstruiert werden. Da die gestreuten Protonen allerdings im Grand Raiden durch eine komplexe Ionen-Optik gelenkt werden, ist eine direkte analytische Bestimmung der Streuwinkel aus den Messdaten nicht möglich. Darum wird zur Kalibrierung der Streuwinkel eine Sieve-Slit-Analyse durchgeführt. Hierbei wird das Target durch eine Anordnung

mehrerer Lochblenden ersetzt und die Abbildung dieser Löcher an den Driftkammern aufgezeichnet. Mit dieser Messung ist eine sehr exakte Kalibrierung der Streuwinkel möglich. Außerdem wird, wenn nötig, die vertikale Position des Strahls auf dem Target durch Messungen am LAS überprüft, da dieser Parameter einen großen Einfluss auf den tatsächlichen vertikalen Streuwinkel besitzt. Nach der Berechnung der Streuwinkel wird der instrumentelle Untergrund abgezogen. Hierzu wird ein speziell entwickeltes Verfahren, die sogenannte „extended method“ verwendet.

Eine genaue Beschreibung der Sieve-Slit-Analyse und der „extended method“ ist in [49] zu finden. Arbeiten bei denen diese Auswertung angewandt wurden, sind unter anderem [42] und [46].

3.5 Winkelstellungen des Grand Raiden Spektrometers

Die an dem ^{48}Ca gestreuten Protonen wurden unter sieben Streuwinkeln θ_{Lab} aufgenommen. Dazu wurde das Grand Raiden Spektrometer bei drei verschiedenen Winkeln θ_{GR} relativ zum einfallenden Strahlverlauf positioniert. Die exakten Winkelkonfigurationen befinden sich in Tabelle 3.1.

Tabelle 3.1: Winkeleinstellungen des Grand Raiden.

Nr.	θ_{Lab} in $^\circ$	θ_{GR} in $^\circ$
0	0.40	0.00
1	1.00	0.00
2	1.74	0.00
3	2.38	2.50
4	3.18	2.50
5	4.39	4.50
6	5.15	4.50

4 Analyse der Messdaten und Resultate

4.1 Berechnung des Wirkungsquerschnittes

Die bei der inelastischen Protonenstreuung gemessenen Counts N werden über

$$\frac{d^2\sigma}{dEd\Omega} = \frac{e_0 M(^{48}\text{Ca})}{\eta t \Delta E N_A} \frac{J}{Q \Delta \Omega C_{\text{SC-FC}} C_{\text{0deg-FC}}} \frac{C_{\text{trig.sci.}}}{L \epsilon} N \quad (4.1)$$

in einen doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitt umgerechnet. Mit:

$M(^{48}\text{Ca})$: molare Masse von ^{48}Ca

J : Jacobytransformation vom Laborsystem in das Schwerpunktsystem

η : Targetanreicherung

t : Targetdicke

ΔE : Energiebreite eines Kanals

N_A : Avogadro-Konstante

Q : Gemessene Ladung im Faraday-Cup

$\Delta \Omega$: Raumwinkel im Laborsystem

ϵ : Effizienz des Detektorsystems

L : Lifetime-Anteil der Ausleselektronik

C_x : Verschiedene Abschwächungskoeffizienten

Die Parameter und deren Unsicherheiten, sowie die Umrechnung zwischen Counts und Wirkungsquerschnitt stammen aus [5]. Die Unsicherheit des doppelt differentiellen Wirkungsquerschnittes ergeben sich aus der Gaußschen Unsicherheitsfortpflanzung unter der Berücksichtigung der Unsicherheiten aller oben aufgelisteten Parameter und $u(N) = \sqrt{N}$.

4.2 Korrektur der Spektren

Bevor die Spektren zur weiteren Auswertung verwendet werden können, müssen drei verschiedene Effekte korrigiert werden. So muss von der aufgezeichneten Energie zunächst die auf die ^{48}Ca -Kerne übertragene Rückstoßenergie abgezogen werden, um die wahre Anregungsenergie E_x zu erhalten. Dabei wurde relativistisch gerechnet. Weiter ist deutlich zu erkennen, dass bei einigen Streuwinkeln die un bearbeiteten Spektren vermutlich eine Verschiebung in der Energiekalibrierung besitzen. So sind die Peakstrukturen eines Übergangs von Spektrum zu Spektrum verschoben. Darum werden dominante und bekannte Peaks wie bei $E_x = 10.220$ MeV verwendet, um die Peaks in den verschiedenen Spektren wieder übereinander zu schieben. Schließlich muss ein Fehler korrigiert werden, welcher durch den Abzug

des instrumentellen Hintergrundes aus Kapitel 3.4 zustande kommt. So ergaben sich bei einigen Anregungsenergien negative, doppelt differenzielle Wirkungsquerschnitte im Spektrum. Nach der Definition des Wirkungsquerschnittes sind negative Werte allerdings unphysikalisch. Darum wurde das Spektrum mit einer geeigneten Heaviside-Funktion gefaltet und anschließend renormiert. So werden die negativen Wirkungsquerschnitte in einen, mit ihrer Wahrscheinlichkeitsverteilung verträglichen, positiven Wert umgerechnet. Die Vorgehensweise sowie die korrigierten Spektren stammen aus der Doktorarbeit von J. Birkhan [5].

Weiter ist zu berücksichtigen, dass das Target gewisse Anteile an ^{12}C - und ^{16}O -Kerne besaß. Diese können die aufgenommenen Spektren des ^{48}Ca stören. Allerdings zeigt sich, dass die Spektren von $^{12}\text{C}(\text{p},\text{p}')$ keine Peaks in der Nähe der in $^{48}\text{Ca}(\text{p},\text{p}')$ untersuchten Peaks besitzen. ^{16}O könnte die zwei in ^{48}Ca untersuchten Peaks bei $E_x = 10.993$ MeV und $E_x = 12.918$ MeV (Siehe dazu Kapitel 4.4) stören, wobei der Wirkungsquerschnitt von ^{16}O bei dem ersten Peak jedoch vernachlässigbar klein ist. Deshalb werden im Folgenden die Auswirkungen der ^{12}C und ^{16}O Kerne nicht berücksichtigt.

4.3 Korrigiertes Spektrum zwischen 7.0 MeV und 13.0 MeV

In Abbildung 4.1 ist das korrigierte Spektrum für den Labor-Streuwinkel $\theta_{\text{Lab}} = 0.40^\circ$ dargestellt. Auf der Y-Achse ist der doppelt differenzielle Wirkungsquerschnitt in $\text{mb}/(\text{sr MeV})$ aufgetragen. Die Y-Achse wurde dabei nur bis $25 \text{ mb}/(\text{sr MeV})$ dargestellt um die schwächeren Anregungen in dem Energiebereich sichtbar zu machen. Es ist zu erkennen, dass in dem Bereich 7.5 MeV bis 11.5 MeV neben den deutlich ausgeprägten Peaks kein Untergrund vorhanden ist. Ab 11.5 MeV allerdings steigt das gesamte Spektrum leicht an. Dies ist der Ausläufer der elektrischen Riesenresonanz. Im Energiebereich zwischen 7.5 MeV und 10 MeV ist die Zustandsdichte ausreichend klein um die meisten Peaks vollständig aufzulösen. In der Umgebung des prominenten Spinflips bei $E_x = 10.23$ MeV wird die Zustandsdichte der schwächeren Anregungen schlagartig größer und nimmt mit steigender Anregungsenergie weiter zu. Dadurch ist es nicht mehr möglich, die Zustände ab 10 MeV, trotz der Energieauflösung von 20 keV vollständig zu trennen. Für die anderen Streuwinkel ergeben sich ähnliche Spektren, wobei der doppelt differenzielle Wirkungsquerschnitt mit steigendem Streuwinkel bei den meisten Übergängen abnimmt. Dieses Verhalten deutet somit bei den meisten Übergängen auf einen starken Anteil von $1-$ oder 1^+ Übergängen hin, da nur bei diesen der Wirkungsquerschnitt mit steigenden Winkeln abfällt (Siehe dazu Kapitel 4.5).

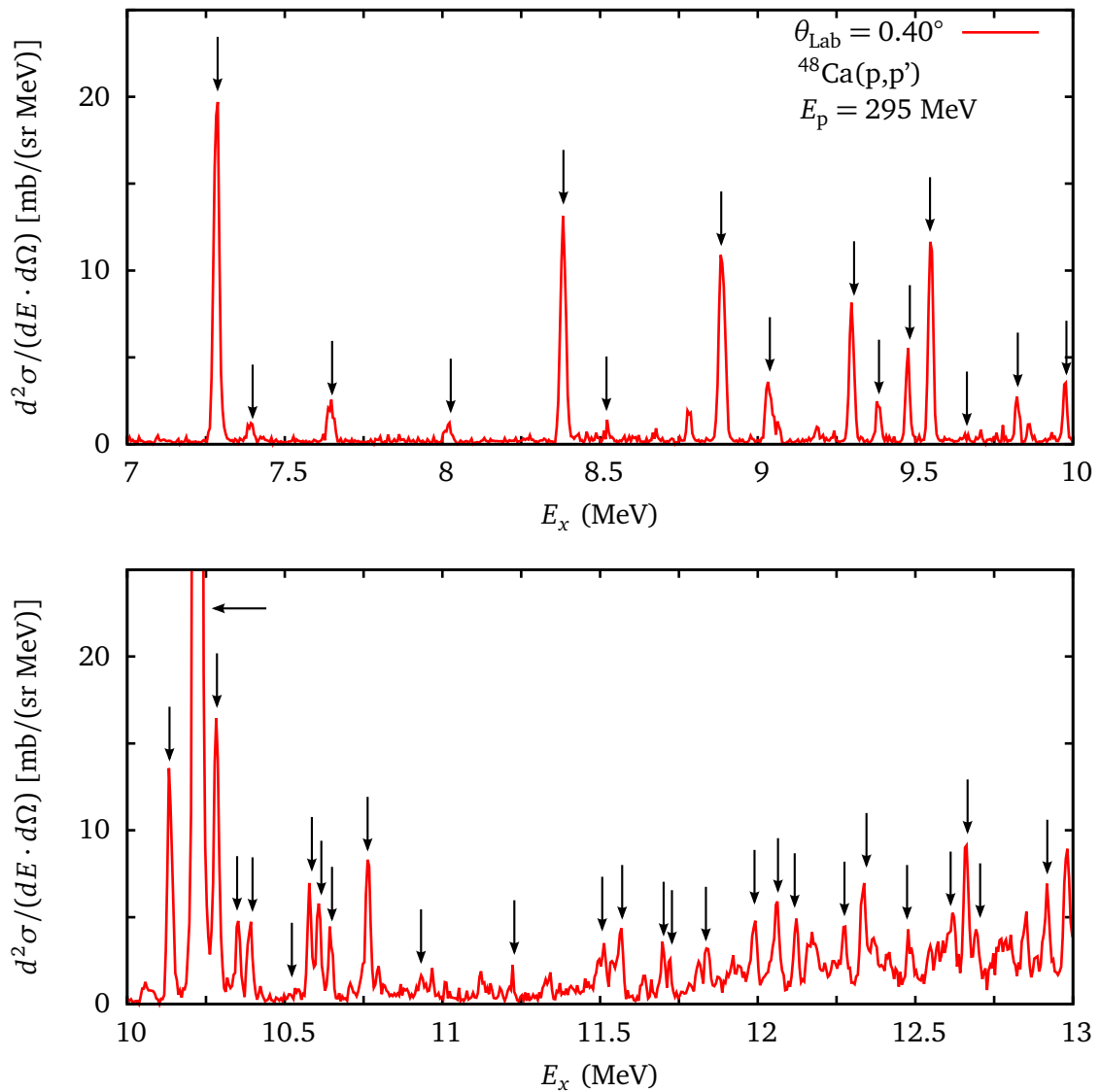


Abbildung 4.1: Korrigiertes Spektrum bei einem Streuwinkel von 0.40° im Laborsystem zwischen 7.0 MeV und 13.0 MeV. Der Prominente Spinflip bei $E_x = 10.23 \text{ MeV}$ (waagerechter Pfeil) reicht bis 340 mb/(sr MeV) . Die Pfeile markieren die 42 Übergänge bei denen eine Struktur in den meisten Spektren zu erkennen ist. Siehe dazu Kapitel 4.4.

4.4 Berechnung der Winkelverteilung

Zur Durchführung einer Multipolentfaltung werden die Winkelverteilungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte der einzelnen Übergänge benötigt. Hierzu muss die Fläche unter den Peaks für jeden Streuwinkel bestimmt werden. Da ein Spektrum die Wirkungsquerschnitte eines Streuwinkels enthält, muss somit die Fläche unter den Peaks in jedem Spektrum bestimmt werden. Die zu den Spektren gehörigen Streuwinkel waren bisher im Laborsystem angegeben. Um später die Daten mit den theoretischen Rechnungen vergleichen zu können, werden die Streuwinkel von jetzt an im Schwerpunktsystem des Proton-Kern-Systems angegeben. Dazu werden die Streuwinkel des Laborsystems unter Verwendung der relativistischen Kinematik in das Schwerpunktsystem umgerechnet, wobei als Unsicherheiten $u(\theta_{\text{Lab}}) = (0.01/\sqrt{12})^\circ$ und $u(E_p) = 2 \text{ MeV}$ verwendet werden [5]. Eine Auflistung der Schwerpunkts-Streuwinkel θ_{CM} befindet sich in der Tabelle 4.1. Um die Flächen unter einem Peak möglichst exakt zu be-

Tabelle 4.1: Streuwinkel der verschiedenen Spektren im Laborsystem und im Schwerpunktsystem [5].

Nr.	θ_{Lab} in $^\circ$	θ_{CM} in $^\circ$	$u(\theta_{\text{CM}})$ in $^\circ$
0	0.40000	0.41097	0.00297
1	1.00000	1.02742	0.00296
2	1.74000	1.78772	0.00297
3	2.38000	2.44526	0.00297
4	3.18000	3.26717	0.00297
5	4.39000	4.51028	0.00297
6	5.15000	5.29105	0.00298

rechnen, wurden zunächst Gauß-Funktionen durch Verwendung des Marquardt-Levenberg-Algorithmus an die Peaks angepasst. Allerdings werden mit steigender Energie einzelne Peaks nicht mehr vollständig aufgelöst oder besitzen keine ausgeprägte Gauß-Form mehr. Dies führt zu einem schlechten Konvergenzverhalten bei den Anpassungen, weshalb die erhaltenen Unsicherheiten der Fitparameter zu groß für eine weitere, sinnvolle Auswertung werden. Um dieses Problem zu umgehen, werden die Spektren aller Streuwinkel in einem Plot übereinander gelegt und nach deutlichen, in allen bzw. fast allen Spektren vorkommenden Strukturen gesucht. Bei diesen Strukturen wird die Anfangsenergie E_A und die Endenergie E_E der Peaks symmetrisch um ihren Zentroiden abgeschätzt und markiert. Die Anfangs- bzw. Endenergie entspricht hierbei der Energie, bei denen alle oder nahezu alle Spektren vor bzw. nach dem Peak ein Minimum annehmen. Ein Beispiel für den Peak bei $E_x = 10.578 \text{ MeV}$ ist in Abbildung 4.2 dargestellt. Danach werden separat für jedes Spektrum die doppelt differentiellen Wirkungsquerschnitte aller Kanäle, welche zwischen E_A und E_E liegen, aufsummiert und mit der Kanalbreite von 0.005 MeV multipliziert. Der so erhaltene differenzielle Wirkungsquerschnitt

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{\text{CM}}, E_x) = \sum_{E \geq E_A}^{E_E} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega dE} \right)(\theta_{\text{CM}}, E) \cdot 0.005 \text{ MeV} \quad (4.2)$$

mit der Einheit mb/sr wird der Energie

$$E_x = \frac{E_A + E_E}{2} \quad (4.3)$$

zugeordnet. Die Unsicherheit des differentiellen Wirkungsquerschnittes wird mittels der Gaußschen Unsicherheitsfortpflanzung über

$$u^2 \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta_{\text{CM}}, E_x) \right) = \sum_{E \geq E_A}^{E_E} u^2 \left(\left(\frac{d\sigma}{d\Omega dE} \right)(\theta_{\text{CM}}, E) \right) \cdot 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ MeV} \quad (4.4)$$

bestimmt, wobei $u(X)$ die jeweilige Unsicherheit des Wertes X darstellt. Bei der Bestimmung der Unsicherheit der Peakposition E_x müssen zwei Faktoren berücksichtigt werden. Zum einen ergibt sich durch die endliche Energieauflösung des Experiments von 20 keV [5] eine statistische Unsicherheit der Peakenergie im Spektrum von

$$u_s(E_x) = \frac{20 \text{ keV}}{2\sqrt{2 \ln 2}} \approx 9 \text{ keV}. \quad (4.5)$$

Zum anderen entsteht durch das manuelle Setzen der Anfangs- und Endenergie eine zusätzliche ‘‘Ablese-Unsicherheit‘‘ für die Peakposition. Um diese Unsicherheit abzuschätzen wurde für den Peak bei $E_x = 10.763 \text{ MeV}$ die Energiemarker 40 mal gesetzt und E_x nach Gleichung 4.3 bestimmt. Aus dieser Messreihe wurde die Standardabweichung der Peakposition zu $U_A[E_x] = 2 \text{ keV}$ ermittelt. Um die Gesamtunsicherheit der Peakposition zu bestimmen, werden diese beiden Unsicherheiten quadratisch zu

$$u(E_x) = \sqrt{u_s^2(E_x) + u_A^2(E_x)} \quad (4.6)$$

addiert. Die Gesamtunsicherheit ergibt sich somit zu $u(E_x) = 9 \text{ keV}$. Insgesamt wurden so 42 Peaks zwischen 7.0 MeV und 13.0 MeV gefunden (Siehe dazu Tabelle 6.1 im Anhang) und die Winkelverteilung deren Wirkungsquerschnitte bestimmt. Diese Peaks sind in Abbildung 4.1 durch Pfeile markiert.

Weiter wurde im Verlauf der Auswertung die Entscheidung getroffen, die Wirkungsquerschnitte des größten Streuwinkels bei $\theta_{\text{cm}} \approx 5.29^\circ$ heraus zu nehmen. Hierfür gibt es zwei Gründe. Zum einen liegt der Wirkungsquerschnitt in dem Bereich größerer Energien deutlich höher als in den Spektren der anderen Streuwinkel. Zum anderen ist der Verlauf des Spektrums oft nicht mit den Strukturen der anderen Spektren in Übereinstimmung. So findet sich zum Beispiel öfters ein Peak in dem Spektrum bei $\theta_{\text{cm}} \approx 5.29^\circ$ bei einer Anregungsenergie bei der in den anderen Spektren kein Peak zu erkennen ist. Weiter gibt es Energien bei denen ein Peak in den Spektren der niedrigen Streuwinkel erkennbar ist, aber in dem Spektrum bei $\theta_{\text{cm}} \approx 5.29^\circ$ ist bei dieser Energie keine eindeutige Peakstruktur vorhanden. Da dieses Spektrum allerdings erhöht liegt, ist der extrahierte Wirkungsquerschnitt für diesen Winkel merklich größer als die Wirkungsquerschnitte der anderen Streuwinkel, wenn bei diesen keine Peak vorliegt. Dadurch wird in der Winkelverteilung bei $\theta_{\text{cm}} \approx 5.29^\circ$ ein zu großer Wirkungsquerschnitt erzeugt, welcher nicht zwangsläufig zu dem untersuchten Übergang gehört. Eine Erklärung für das Verhalten dieses Spektrums konnte nicht eindeutig bestimmt werden.

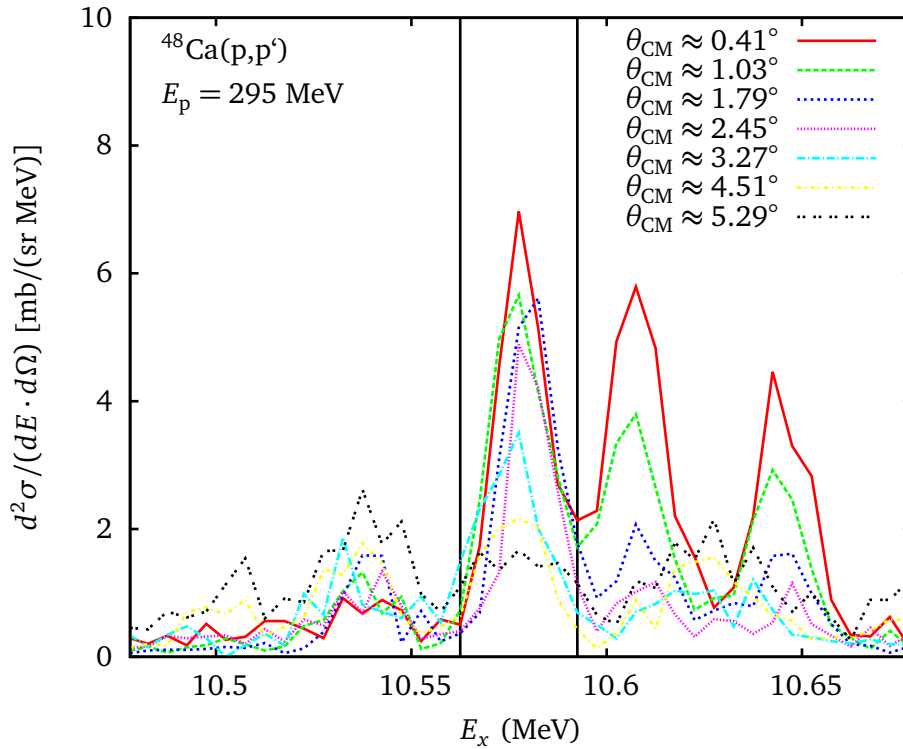


Abbildung 4.2: Gleichzeitige Darstellung aller Spektren im Bereich von 10.478 MeV bis 10.678 MeV. Die schwarzen Balken geben den Energiebereich an, in dem die Kanalhalte für den Peak bei $E_x = 10.578$ MeV aufsummiert werden.

4.5 Theoretische Winkelverteilungen

Für die spätere Multipolentfaltung werden theoretische Winkelverteilungen des Wirkungsquerschnittes benötigt. Diese werden mit Hilfe des Computerprogrammes DWBA07 [34] berechnet. Die Parameter für die N-N Wechselwirkung wurden für eine Projektilenergie von 325 MeV aus [8] entnommen. Die benötigten Einteilchen-Wellenfunktionen stammen aus dem QPM (Siehe dazu auch Kapitel 2.3.4 und 2.3.6). Diese Rechnungen liefern vier Winkelverteilungen für 1^- - und 3^- -Anregungen sowie drei Winkelverteilungen für 1^+ - und 2^+ -Anregungen. Im weiteren Verlauf werden allerdings nur die in Abbildung 4.3 dargestellten Winkelverteilungen verwendet. Bei der 2^+ - bzw. 3^- -Anregung wurde je eine Winkelverteilung nicht berücksichtigt, da ihre Form den anderen Verläufen stark ähnelte. Bei der 1^+ -Anregung wurde nur eine Winkelverteilung zugelassen, da die beiden anderen Winkelverteilungen komplexe Anregungs-Moden beschreiben, deren Anregungsenergien außerhalb des untersuchten Energiebereiches liegen sollten. Weiter sei anzumerken, dass das Quasiparticle Phonon Model eine bessere Beschreibung für schwere Kerne darstellt. Da bei der späteren Multipolentfaltung allerdings nur die Form der theoretischen Winkelverteilung und nicht deren absolute Stärke entscheidend ist, kann die Verwendung der Ergebnisse aus dem QPM als legitime Methode angesehen werden. Wie in Abbildung 4.3 zu sehen ist, unterscheidet sich der Verlauf der Winkelverteilung der 1^+ -Anregung deutlich von den anderen Verteilungen. Lediglich die Verteilung 2 und 4 bei der 1^- -Anregung haben einen ähnlichen Verlauf. Diese drei Verteilungen beginnen alle bei ihrem Maximalwert und fallen deutlich monoton ab, wobei die Steigung bei der 1^+ -Anregung ab 1.5° näherungsweise konstant ist. Die Winkelverteilungen bei den 2^+ -Anre-

gungen haben einen sinus-ähnlichen Verlauf, während die Verteilungen bei den 3^- -Anregungen alle in einem Minimum beginnen und dann ansteigen.

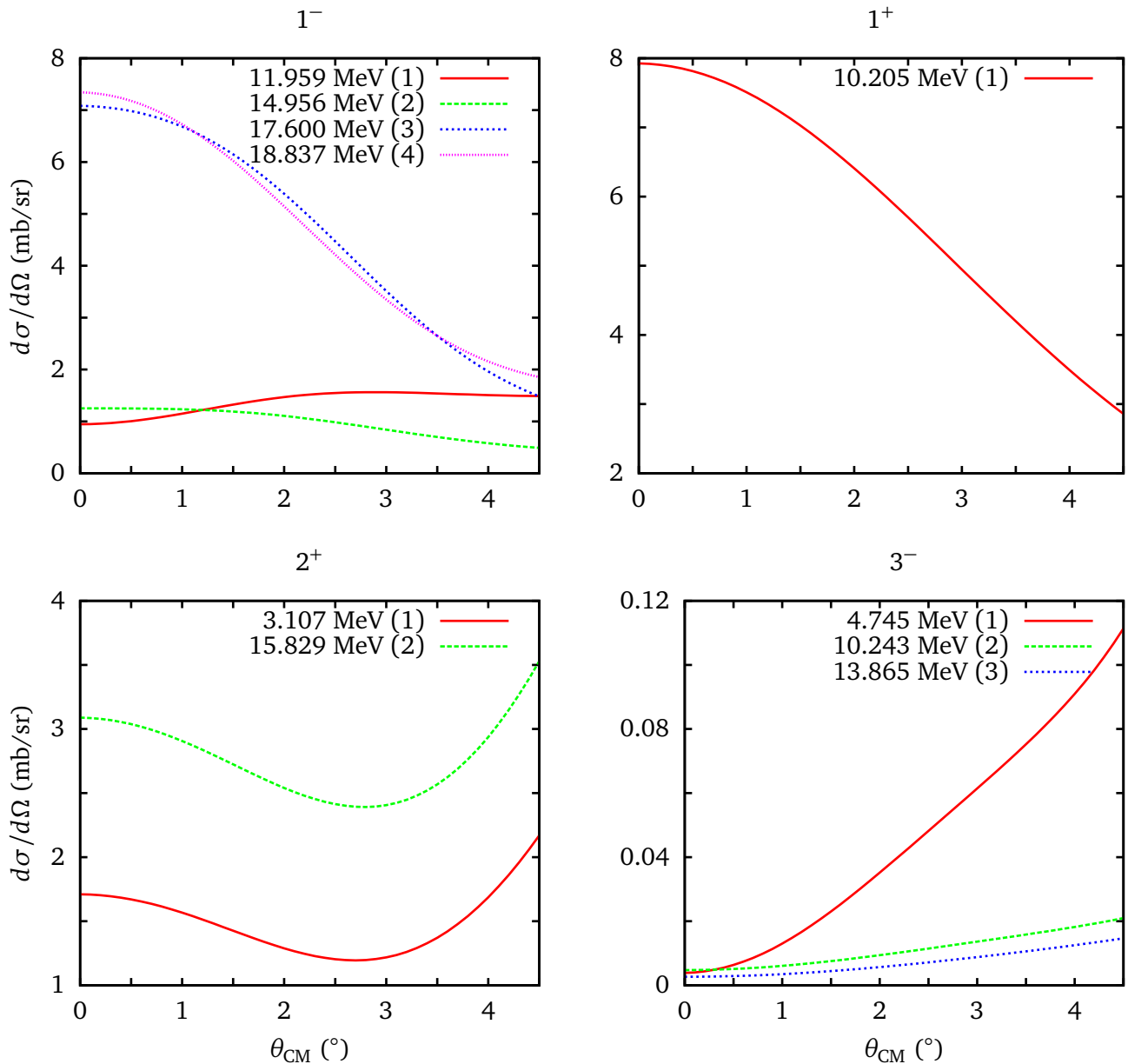


Abbildung 4.3: Theoretische Winkelverteilungen des Wirkungsquerschnittes für 1^- , 1^+ , 2^+ und 3^- Übergänge, welche aus dem Programm DWBA07 [34] gewonnen wurden und bei der Multipolentfaltung verwendet werden. Die Zahlen in den Klammern geben die Nummer der jeweiligen Verteilung für die verwendete Codierung an. Mit diesen Zahlen können die theoretischen Winkelverteilung in den folgenden Abbildungen identifiziert werden.

4.6 Multipolentfaltung

Um die Anteile im Wirkungsquerschnitt der einzelnen Übergangsarten 1^- , 1^+ , 2^+ und 3^- aus dem in Kapitel 4.1 bestimmten Gesamtwirkungsquerschnitt zu extrahieren, werden mehrere Multipolentfaltungen durchgeführt. Hierzu wird die theoretische Winkelverteilung als

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{theo}}(\theta) = \sum_{J^\pi} a_{J^\pi} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{DWBA}}(\theta, J^\pi) \quad (4.7)$$

dargestellt. Dies entspricht einer Summierung über die theoretischen Winkelverteilungen aus der DWBA, welche jeweils mit einem zugehörigen Faktor a_{J^π} multipliziert werden. Der Index J^π steht für die entsprechenden Quantenzahlen des betrachteten Übergangs. In dem weiteren Verfahren werden unterschiedliche Kombinationen von Übergangsarten verwendet, wobei teilweise eins, zwei oder drei verschiedene Übergangsarten zugelassen werden. Welche Übergänge jeweils zugelassen werden, ist den folgenden Unterkapiteln zu entnehmen. Im Verlauf der Multipolentfaltung wird Gleichung 4.7 an die experimentellen Wirkungsquerschnitte $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}}(\theta_i)$ durch Variation der Parameter a_{J^π} angepasst. Diese Anpassung wurde von einem Computerprogramm durchgeführt [50], welches auf der Code-Library NLOpt basiert [51]. Das Programm variiert unter Verwendung der Gradienten-Methode die Parameter a_{J^π} so lange, bis die Prüfsumme

$$S^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{theo}}(\theta_i) - \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}}(\theta_i)}{u\left(\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{exp}}(\theta_i)\right)} \right)^2 \quad (4.8)$$

minimal wird. Dabei werden drei Nebenbedingungen berücksichtigt:

1. In der Summe 4.7 darf von jeder Übergangsart (1^- , 1^+ , 2^+ , 3^-) maximal eine theoretische Winkelverteilung aus der DWBA enthalten sein. Betrachtet man z.B. den 1^- Übergang (Siehe dazu Abbildung 4.3) gibt es vier mögliche, theoretische Winkelverteilungen, von denen immer nur eine Verteilung in der Summe vorkommen darf. Dies führt dazu, dass es trotz Festlegung auf eine bestimmte Auswahl an Übergangsarten mehrere mögliche Entfaltungskombinationen geben kann. Werden zum Beispiel 1^- - und 2^+ - Zustände zugelassen, ergeben sich acht mögliche Kombinationen um die Summe 4.7 auszudrücken.
2. Die Vorfaktoren a_{J^π} müssen positiv sein, da ein negativer Wirkungsquerschnitt unphysikalisch ist.
3. Die Gleichung 4.7 muss einen Wert größer Null ergeben, da ein negativer Wirkungsquerschnitt unphysikalisch ist.

Da im Verlauf der Auswertung Entfaltungsergebnisse mit einer unterschiedlichen Anzahl an zugelassenen Übergangsarten verglichen werden, ist S^2 nicht ausreichend, um über die Güte der verschiedenen Anpassungen zu entscheiden. Deshalb wird hierzu die reduzierte Prüfsumme

$$S_{\text{red}}^2 = \frac{S^2}{N - f} \quad (4.9)$$

verwendet. Sie enthält mit der Anzahl der Streuwinkel N , sowie der Anzahl der zu variierenden Parameter f die Information über den Freiheitsgrad einer Entfaltung und wird deshalb als Maß für die Genauigkeit der Anpassungen verwendet. Um aus den verschiedenen Entfaltungs-Kombinationen den Wirkungsquerschnitt bei $\theta = 0^\circ$ für die einzelnen Übergänge J^π zu berechnen wird über

$$\left\langle \frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ, J^\pi) \right\rangle = \frac{\sum_l S_{\text{red},l}^{-2} \cdot \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{l,J^\pi}(0^\circ)}{\sum_j S_{\text{red},l}^{-2}} \quad (4.10)$$

ein mit S_{red}^2 gewichtetes Mittel errechnet. Dabei wird über alle zu dem Übergang J^π gehörenden und vorkommenden Wirkungsquerschnitte $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{l,J^\pi} = a_{J^\pi} \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{\text{DWBA}}(0^\circ, J^\pi) \neq 0$ summiert. Die Unsicherheit wird über

$$u^2 \left\langle \frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ, J^\pi) \right\rangle = \frac{\sum_l S_{\text{red},l}^{-2} \left[\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)_{l,J^\pi}(0^\circ) - \left\langle \frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ, J^\pi) \right\rangle \right]^2}{\sum_l S_{\text{red},l}^{-2}} \quad (4.11)$$

bestimmt. In den folgenden zwei Unterkapiteln werden die Ergebnisse der Multipolentfaltung ausführlich diskutiert.

4.6.1 Ergebnisse der Multipolentfaltung zwischen 7 MeV und 10 MeV

In dem Energiebereich zwischen 7 MeV und 10 MeV ist die Zustandsdichte noch relativ gering und die Peaks sind in den meisten Fällen deutlich aufgelöst. Deshalb werden in diesem Bereich die einzelnen Peaks mit schon bekannten Übergängen aus dem National Nuclear Data Center (NNDC) bzw. aus einem $^{48}\text{Ca}(\gamma, \gamma')$ -Experiment verglichen [20, 3] und entschieden, in welchem Übergang ein M1-Anteil enthalten sein kann. Der Vergleich ist nötig, da mit den Einzelentfaltungen bzw. den Multipolentfaltungen nicht immer deutlich ermittelt werden kann, welche Zustände dominieren. Dagegen kann vor allem in dem $^{48}\text{Ca}(\gamma, \gamma')$ -Experiment viel deutlicher entschieden werden, welche Übergangsart vorliegt. Für den Vergleich wird zunächst grob abgeschätzt welche Übergänge aus den externen Daten bei den Peaks des $^{48}\text{Ca}(\text{p,p}')$ -Experiment liegen können. Dazu wird die nach [52] zulässige Verträglichkeitsüberprüfung

$$\frac{|E_{x,1} - E_{x,2}|}{\sqrt{u^2(E_{x,1}) + u^2(E_{x,2})}} \leq \sqrt{2} \quad (4.12)$$

durchgeführt. Dabei ist $E_{x,1}$ die Anregungsenergie aus dem $^{48}\text{Ca}(\text{p,p}')$ -Experiment und $E_{x,2}$ ist die Anregungsenergie aus den externen Daten. Dieser Vergleich ist zur Übersicht in Tabelle 4.2 aufgeführt. Die Tabelle enthält neben den beiden Anregungsenergien die Differenz der beiden Energien und die in den externen Experimenten bestimmten Quantenzahlen der Zustände, sowie kurze Kommentare zur Multipolentfaltung. Weiter wurden an den Peaks sämtliche mögliche Multipolentfaltungen mit einer oder zwei Übergangsarten durchgeführt und miteinander verglichen. Im Folgenden werden diese Ergebnisse für jeden Übergang kurz diskutiert und erläutert, ob ein M1-Anteil in der Winkelverteilung wahrscheinlich ist. Weiter werden bei besonders interessanten Entfaltungsergebnissen Beispielbilder der Entfaltung gezeigt. Bei der Interpretation muss im Auge behalten werden, dass in dieser Analyse nur 1^- , 1^+ , 2^+ und 3^- -Zustände berücksichtigt wurden. Alle anderen Anregungsarten können durch diese Verfahren weder bestätigt noch ausgeschlossen werden. Allerdings sollten unter diesen extremen Vorwärtswinkeln auch keine höheren Drehimpulsänderungen vorkommen.

Tabelle 4.2: Vergleich der Daten aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ und dem NNDC bzw. einem $^{48}\text{Ca}(\gamma,\gamma')$ -Experiment [20, 3]. Die Energie $E_{x,1}$ ist die Anregungsenergie aus dem $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiment und $E_{x,2}$ ist die Anregungsenergie aus den externen Daten. Die Spalte ΔE entspricht der Differenz dieser beiden Energien. In der Spalte J^π stehen die Quantenzahlen aus den externen Daten. Die Übergänge, welche auch in dem $^{48}\text{Ca}(\gamma,\gamma')$ -Experiment gesehen wurden, sind mit einem * markiert.

$E_{x,1}$ in keV	$E_{x,2}$ in keV	J^π	ΔE in keV	Kommentar zur Entfaltung
7285	7296±5	(2 ⁺)	11	Keine passende Kombination.
	7299±20 *	1 ⁽⁻⁾	14	
7385	7371±20	—	14	3 ⁻ und/oder 1 ⁻ möglich.
7648	7652±10	3 ⁻	4	M1-Anteil möglich.
	7656±20 *	1	8	
8018	8028±4 *	2 ⁺	10	2 ⁺ - Anteil bestätigt.
8385	8385±18	(3 ⁻)	0	3 ⁻ , 1 ⁻ - Anteil bestätigt.
	8386±5 *	1 ⁻	1	
	8388±8	(6 ⁺)	3	
8520	8518±8	—	2	3 ⁻ - Anteil bestätigt und M1-Anteil möglich.
	8522±4 *	3 ⁻	2	
	8531±0	—	11	
8893	8883±5 *	2 ⁺	10	2 ⁺ - Anteil bestätigt.
	8890±5	—	3	
9043	9034±4 *	1 ⁻	9	1 ⁻ , 2 ⁺ - Anteil bestätigt.
	9049±7	2 ⁺	6	
9298	9292±7	1 ⁻	6	1 ⁻ , 2 ⁺ - Anteil bestätigt.
	9295±12	(8 ⁻)	3	
	9295±20 *	2 ⁺	3	
9383	9392±0	(1 ⁺ , 2 ⁺)	9	M1-Anteil möglich.
9475	9473±8 *	1 ⁻	2	1 ⁻ - Anteil bestätigt.
9548	9546±20 *	1 ⁻	2	1 ⁻ , 3 ⁻ - Anteil bestätigt.
	9550±20	(3 ⁻)	2	
9653	9638±9	2 ⁻ , 3 ⁻ , 4 ⁻	15	Nicht eindeutig.
9823	9810±9	(1 ⁻)	13	Keine passende Kombination.
9973	9953±27	(8 ⁻)	20	M1-Übergang möglich.

Bei dem Peak $E_x = 7.285$ MeV werden in den externen Daten dem Übergang keine eindeutigen Quantenzahlen zugewiesen. Aus dem $^{48}\text{Ca}(\gamma, \gamma')$ -Experiment ist nur der Drehimpuls sicher bekannt, nicht aber die Parität. Allerdings liegt der Peak auch schon 14 keV neben dem Peak aus der Protonenstreuung. Bei der Entfaltung ergibt sich für keine der zugelassenen Kombination eine zufriedenstellende Anpassung. Deshalb wird hier kein M1-Anteil berechnet.

Für $E_x = 7.358$ MeV sind die Quantenzahlen zurzeit unbekannt. Bei der Multipolentfaltung liefert ein reiner 3^- -Zustand oder eine Mischung aus 3^- - und 1^- -Zuständen die besten Anpassungen. Deutliche Hinweise auf einen M1-Übergang sind nicht zu erkennen, weswegen der Übergang nicht weiter berücksichtigt wird.

Bei $E_x = 7.648$ MeV liegen nach den externen Daten zwei Zustände mit den Quantenzahlen 3^- und 1^π in der Nähe. Die Multipolentfaltung zeigt, dass eine Kombination von $3^-, 1^+$ bzw. $3^-, 1^-$ oder $3^-, 2^+$ die besten Anpassungen ergeben. Die beiden ersten Kombinationen decken sich mit den schon bekannten Daten und es liegt die Möglichkeit eines M1-Übergangs vor. Der gemittelte Wirkungsquerschnitt des 1^+ -Anteils aus der Entfaltung mit $3^-, 1^+$ ergibt sich zu (0.033 ± 0.012) mb/sr. Die beiden Entfaltungen mit dem jeweils kleinsten S_{red}^2 , welche einen 1^π -Anteil enthalten, sind in Abbildung 4.4 zu sehen. Dabei wird deutlich, dass beide eine ähnlich gute Anpassung darstellen. Weiter ist zu erkennen, dass der 3^- -Anteil nötig ist, um den Anstieg des Wirkungsquerschnitts zu beschreiben.

Der Übergang bei $E_x = 8.018$ MeV enthält die besten Anpassungen bei der Multipolentfaltung, sobald ein 2^+ -Anteil zugelassen wird. Dies ist in Übereinstimmung mit den Daten aus dem NNDC. Allerdings ist keine Anpassung wirklich überzeugend, weshalb entschieden wird, diesen Übergang bei der Berechnung der M1-Stärke nicht zu berücksichtigen.

Bei $E_x = 8.385$ MeV liegt nach den $^{48}\text{Ca}(\gamma, \gamma')$ -Daten ein 1^- -Zustand und nach dem NNDC möglicherweise ein 3^- bzw. 6^+ -Zustand vor. Das kleinste S_{red}^2 ergibt sich bei der Multipolentfaltung für eine Kombination von 1^- und 3^- . Dies bestätigt die schon bekannten Übergänge und schließt einen ausschlaggebenden M1-Anteil aus.

Für $E_x = 8.520$ MeV wird nach den externen Daten aus $^{48}\text{Ca}(\gamma, \gamma')$ ein 3^- -Zustand erwartet. Weiter kann nach den Daten aus dem NNDC mindestens ein weiterer Zustand in der Peakstruktur enthalten sein. Dies deckt sich mit den Ergebnissen der Multipolentfaltung, da die Entfaltungen mit einem 3^- -Anteil die beste Anpassung erzeugt. Allerdings zeigt sich, dass alle drei Kombination von $3^-, 1^-$ und $3^-, 1^+$ sowie $3^-, 2^+$ zu einer ähnlich guten Anpassung führen. Die drei möglichen Multipolentfaltungen sind in Abbildung 4.6 und 4.5 dargestellt. In der Abbildung wird deutlich, dass sich die Entfaltungen weder im Verlauf der Summe noch bei den Werten der Prüfsummen S_{red}^2 merklich unterscheiden. Wird verträglich zu den schon bekannten Quantenzahlen angenommen, dass der Übergang eine Mischung aus 3^- und 1^+ ist, ergibt sich der Wirkungsquerschnitt für den 1^- -Anteil zu (0.014 ± 0.005) mb/sr.

Der Übergang bei $E_x = 8.893$ MeV soll nach den externen Daten einen 2^+ -Zustand enthalten. Es zeigt sich, dass die Multipolentfaltung für Kombinationen, welche ein 2^+ -Anteil enthalten, die genauesten

Anpassungen erzeugen. Ein Hinweis auf einen M1-Anteil gibt es hierbei jedoch nicht.

Für $E_x = 9.043$ MeV ergibt die Multipolentfaltung mit der Kombination $1^-, 2^+$ die beste Anpassung. Dies bestätigt die Angaben in den externen Daten und ein M1-Anteil wird daher nicht erwartet.

In der Peakstruktur bei $E_x = 9.298$ MeV können nach den externen Daten zwei Übergänge liegen. Die sicher bekannten Quantenzahlen dieser Übergänge sind 1^- und 2^+ . Bei der Entfaltung ergeben sich die zwei deutlich besten Anpassungen für die Kombinationen $1^-, 2^+$ und $1^-, 3^-$. Dies ist mit den externen Daten konsistent und schließt einen maßgebenden M1-Anteil für diesen Übergang aus.

Bei dem Übergang $E_x = 9.383$ MeV wird nach dem NNDC ein 1^{+-} - und/oder ein 2^{+-} - Zustand vermutet. Die Anpassung mit dem 1^{+-} - Zustand ergibt mit $S_{\text{red}}^2 = 1.911$ die beste Anpassung der Einzelentfaltungen. Bei den Entfaltungen der Kombinationen $1^-, 2^+$ bzw. $1^+, 2^+$ werden aber noch deutlich bessere Anpassungen mit $S_{\text{red}}^2 = 0.050$ bzw. $S_{\text{red}}^2 = 0.986$ erzeugt (Siehe dazu Abbildung 4.7). Dies legt zunächst einen Übergang mit 1^- - und 2^+ - Anteilen nahe. Allerdings gibt es zwei Gründe, weshalb der Zustand anstelle eines E1-Anteils vermutlich einen M1-Anteil besitzt. Der erste Grund ist, dass dieser Übergang auch in dem (e,e') -Experiment gesehen und als 1^{+-} - Zustand identifiziert wurde [2]. Weiter hätte der Übergang in dem (γ, γ') -Experiment gesehen werden müssen, wenn der Hauptanteil aus dem 1^- - Zustand besteht. Wird nämlich bei der Multipolentfaltung die Kombination $1^-, 2^+$ zugelassen, ergibt sich der Wirkungsquerschnitt des 1^- - Anteils zu (0.038 ± 0.003) mb/sr. Betrachtet man weiter das Verhältnis von dem theoretischen 1^- - Wirkungsquerschnitt aus der DWBA zu der theoretischen $B(E1)$ -Übergangsstärke aus der QPM für den in der Nähe liegenden Zustand $E_{x,\text{theo}} = 9.046$ MeV, ergibt sich dieses Verhältnis zu 7.938 mb/(sr·e²fm²) [53]. Damit kann die experimentelle $B(E1)$ -Übergangsstärke für $E_x = 9.383$ MeV grob zu (0.0047 ± 0.0003) e²fm² abgeschätzt werden. In dem (γ, γ') -Experiment wurden allerdings in der Nähe liegende Zustände mit deutlich kleinerer $B(E1)$ -Übergangsstärke beobachtet. Deshalb wird bei diesem Übergang der Wirkungsquerschnitt des M1-Anteils aus der Entfaltungskombination $1^+, 2^+$ zu (0.037 ± 0.002) mb/sr bestimmt.

Bei dem Peak $E_x = 9.475$ liegt nach den externen Daten ein reiner 1^- - Zustand vor. Allerdings ergibt sich bei diesem Zustand keine vernünftige Anpassung für eine 1^- - Einzelentfaltung. Dafür gibt es die beste Entfaltung mit der Kombination $1^-, 3^-$, welche in Abbildung 4.8 dargestellt ist. In der Abbildung ist auch zu sehen, dass für 0° der 1^- - Anteil deutlich überwiegt. Weiter ist zu berücksichtigen, dass die Bestimmung der Quantenzahl der externen Daten aus einem (γ, γ') -Experiment stammt. Hier können die Quantenzahlen J^π für E1-Anregungen exakter bestimmt werden als durch die hier angewendete Multipolentfaltung. Dies legt nahe, dass in diesem Peak mit großer Wahrscheinlichkeit nur ein 1^- - Zustand enthalten ist. Ein M1-Anteil wird deshalb nicht bestimmt.

Für eine Anregungsenergie von $E_x = 9.548$ MeV werden zwei Übergänge mit den Quantenzahlen 1^- und eventuell 3^- erwartet. Die genauesten Anpassungen bei der Multipolentfaltung ergeben sich ähnlich gut für die Kombination $1^-, 2^+$ und $1^-, 3^-$. Dies ist verträglich mit den schon bekannten Übergängen, weshalb ein maßgebender M1-Anteil nicht erwartet wird.

Der Übergang bei $E_x = 9.653$ MeV ist nach den externen Daten ein 2^- - oder ein 3^- - oder ein 4^- -Zustand. Für die Einzelentfaltungen ergeben sich bei diesem Peak keine zufriedenstellenden Anpassungen. Werden bei der Entfaltung zwei Übergangsarten zugelassen, ergeben sich die besten Anpassungen unter anderem für die Kombinationen $1^-, 3^-$ bzw. $2^+, 3^-$ und $1^+, 3^-$. Dabei enthält die letzte Kombination zwar einen M1-Anteil, allerdings ist dies nicht mit den Daten aus dem NNDC verträglich. Aus diesem Grund und wegen der starken Uneindeutigkeit in den Entfaltungsergebnissen wird für diese Anregung kein M1-Anteil berechnet.

Bei dem Peak $E_x = 9.823$ sind in dem NNDC die Quantenzahlen nicht sicher bestimmt und auch bei den Entfaltungen ergibt sich für keine Kombination eine zufriedenstellende Anpassung. In Abbildung 4.9 ist ein Beispiel gegeben. Für die anderen Entfaltungs-Kombinationen ergeben sich ähnlich schlechte Anpassungen. Somit wird bei diesem Peak kein M1-Anteil berechnet.

Der letzte Übergang in dem hier untersuchten Energiebereich liegt bei $E_x = 9.973$ MeV. Nach den externen Daten ist hier eventuell ein 8^- -Zustand vorhanden. Allerdings wird ein Zustand mit einem so großen Drehimpuls in diesem Experiment nicht angeregt. Nach dem $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Experiment liegt in einem ähnlichen Abstand allerdings ein 1^+ -Zustand (Siehe dazu Kapitel 4.9). Wie in Abbildung 4.10 zu sehen ist, beschreibt bei diesem Übergang schon die 1^+ -Einzelentfaltung eine sehr gute Anpassung. Lediglich der Wirkungsquerschnitt des größten Streuwinkels liegt etwas über dem theoretischen Verlauf. Da sich dies mit den (e,e') -Daten zu decken scheint, der Übergang in dem NNDC nicht sicher bestimmt ist und bei dieser Energie kein 1^- -Zustand in $^{48}\text{Ca}(\gamma,\gamma')$ gesehen worden ist, ist hier ein reiner M1-Übergang möglich. Der Wirkungsquerschnitt bei 0° für den M1-Übergang ergibt sich zu (0.064 ± 0.000) mb/sr.

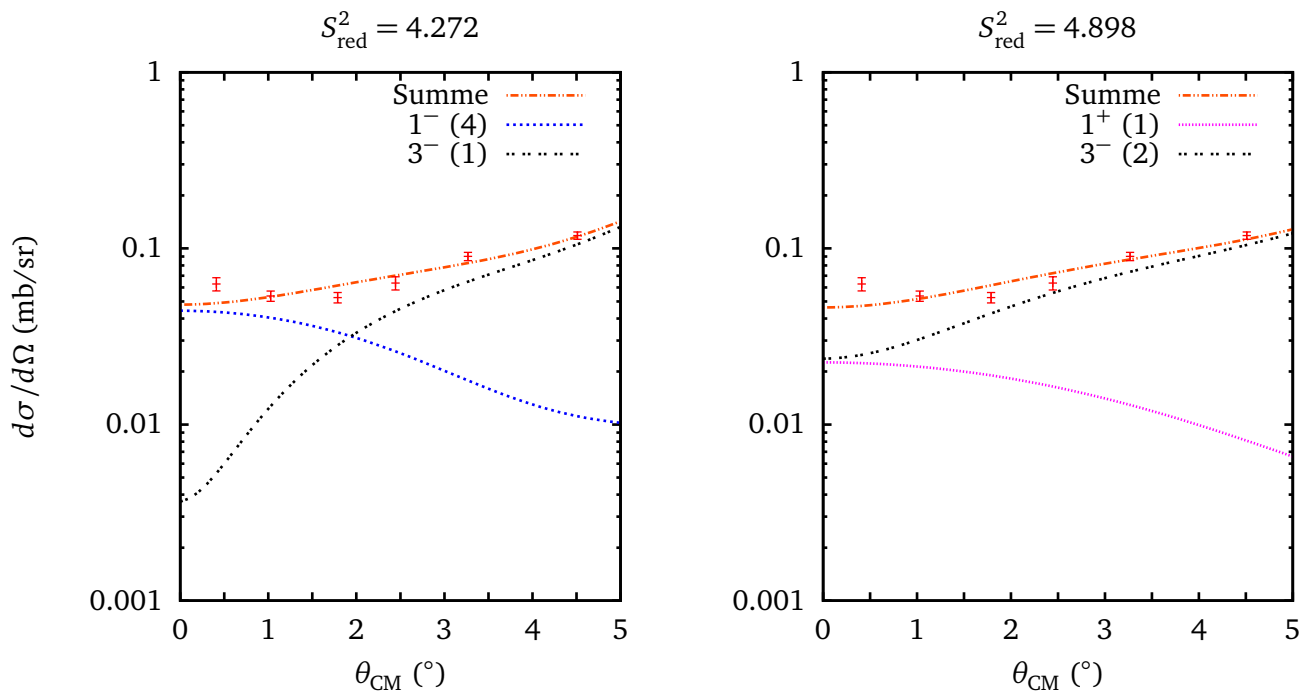


Abbildung 4.4: Zwei Multipolentfaltungen für $E_x = 7.648$ MeV, wobei die roten Punkte den extrahierten Gesamtwirkungsquerschnitt samt Unsicherheitsbalken darstellen.

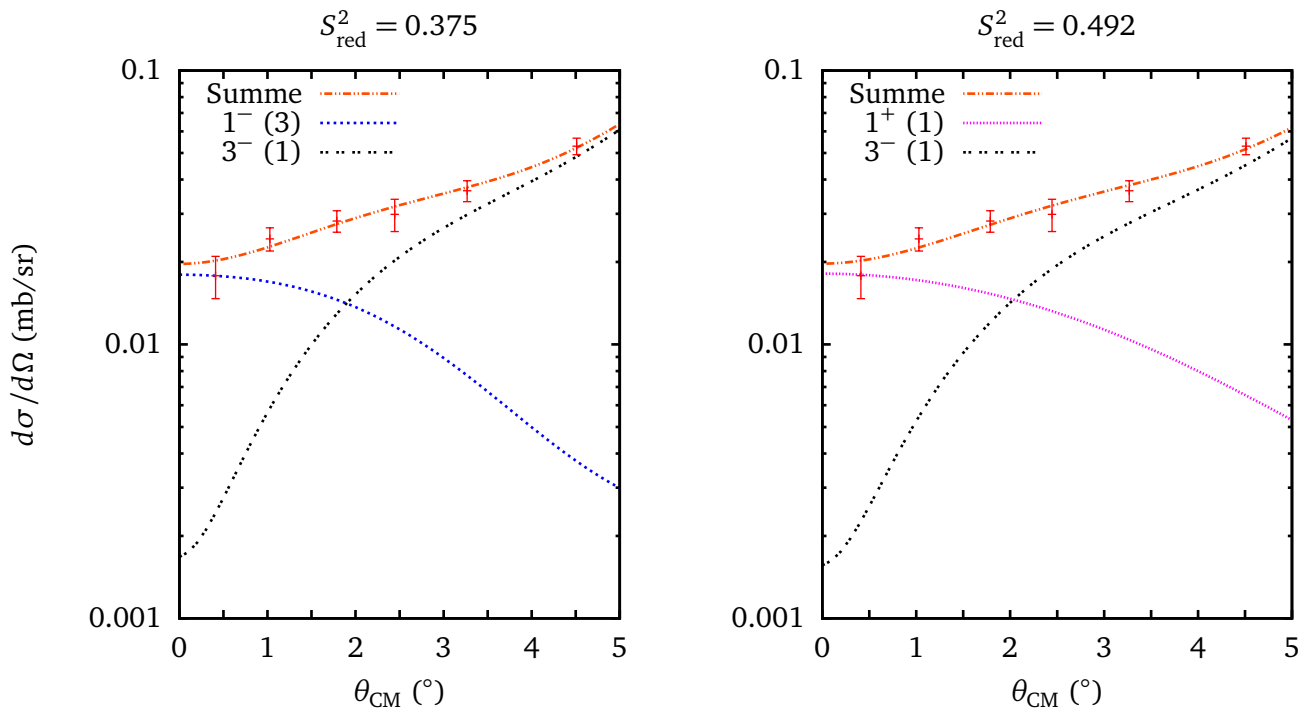


Abbildung 4.5: Zwei Multipolentfaltungen für $E_x = 8.520$ MeV, wobei die roten Punkte den extrahierten Gesamtwirkungsquerschnitt samt Unsicherheitsbalken darstellen.

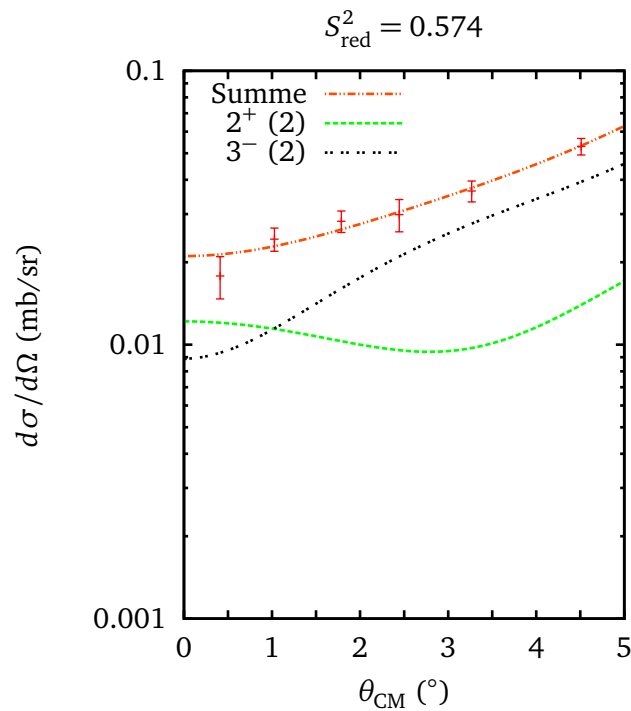


Abbildung 4.6: Eine Multipolentfaltung für $E_x = 8.520$ MeV, wobei die roten Punkte den extrahierten Gesamtwirkungsquerschnitt samt Unsicherheitsbalken darstellen.

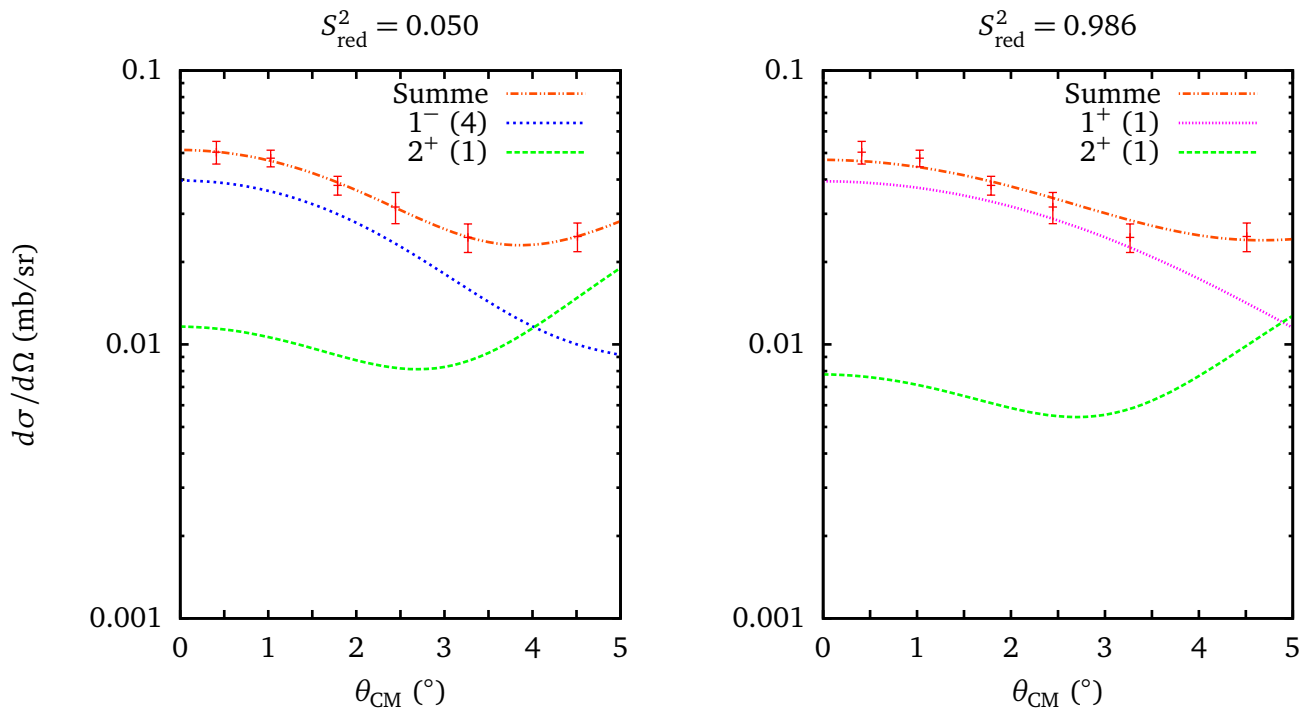


Abbildung 4.7: Zwei Multipolentfaltungen für $E_x = 9.383$ MeV, wobei die roten Punkte den extrahierten Gesamtwirkungsquerschnitt samt Unsicherheitsbalken darstellen.

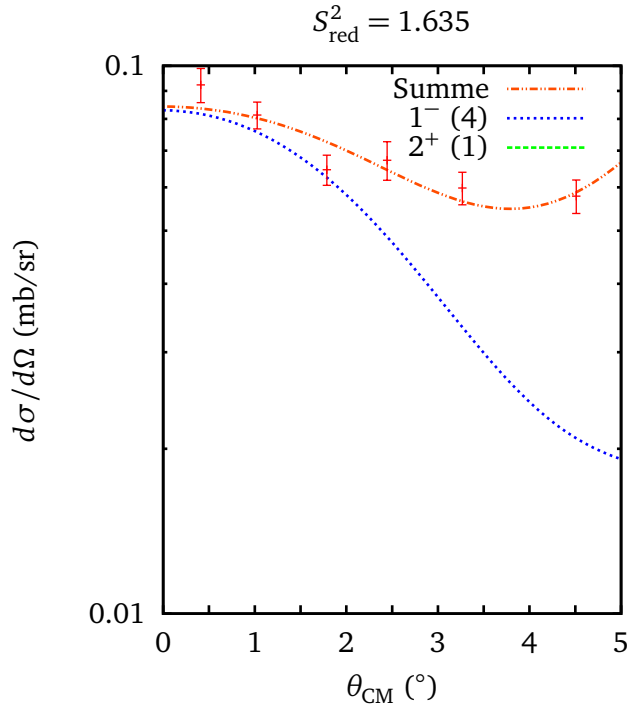


Abbildung 4.8: Eine Multipolentfaltung für $E_x = 9.475$ MeV, wobei die roten Punkte den extrahierten Gesamtwirkungsquerschnitt samt Unsicherheitsbalken darstellen.

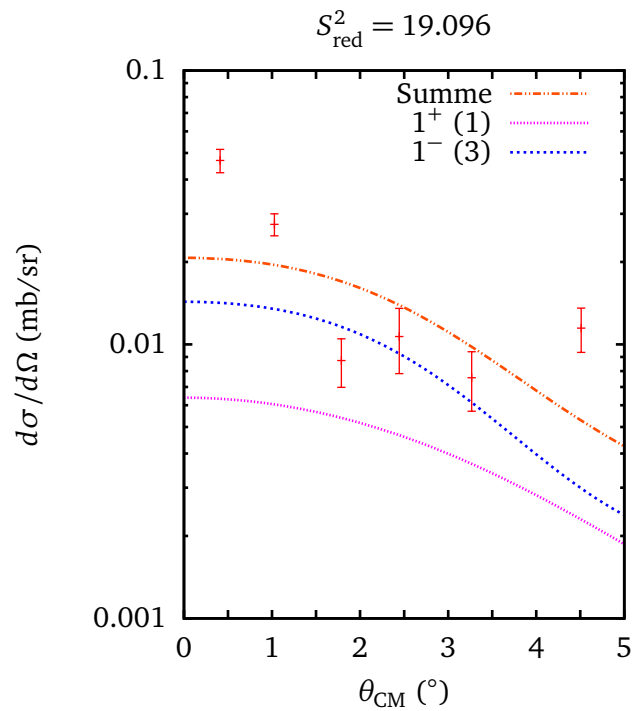


Abbildung 4.9: Eine Multipolentfaltung für $E_x = 9.823$ MeV, wobei die roten Punkte den extrahierten Gesamtwirkungsquerschnitt samt Unsicherheitsbalken darstellen.

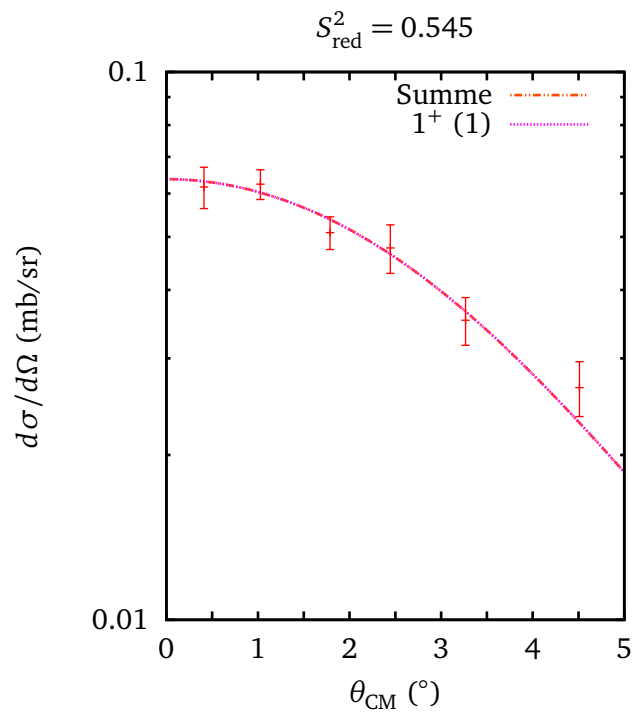


Abbildung 4.10: Eine Multipolentfaltung für $E_x = 9.973$ MeV, wobei die roten Punkte den extrahierten Gesamtwirkungsquerschnitt samt Unsicherheitsbalken darstellen.

4.6.2 Ergebnisse der Multipolentfaltung zwischen 10 MeV und 13 MeV

Zwischen 10 MeV und 13 MeV liegt eine höhere Zustandsdichte vor, als in den niedrigeren Energiebereichen. Dadurch gestaltet sich die exakte Zuordnung der Peaks an die externen Daten komplexer, wobei in diesem Energiebereich auch keine $^{48}\text{Ca}(\gamma, \gamma')$ -Daten mehr vorhanden sind. Weiter kann nicht ausgeschlossen werden, dass zwischen E_A und E_E nur die Wirkungsquerschnitte einer bzw. zwei Übergangsarten liegen. Darum werden die Übergänge nicht mehr einzeln auf mögliche M1-Anteile untersucht, sondern an allen Anregungsenergien zwei verschiedene Multipolentfaltungen mit je drei Übergangsarten durchgeführt. Dafür wurde einmal die Kombination $1^-, 1^+, 2^+$ und einmal die Kombination $1^-, 1^+, 3^-$ zugelassen. Dabei sollten bei den meisten Anregungsenergien der 1^- - sowie der 1^+ - Zustand den Hauptanteil des Wirkungsquerschnittes bilden und die 2^+ - bzw. 3^- - Zustände eine Art Untergrund beschreiben. Nach der Entfaltung werden die Wirkungsquerschnitte mit den Definitionen aus Kapitel 4.6 berechnet, indem die Wirkungsquerschnitte beider Entfaltungen gemittelt werden. Hierbei wird der Peak bei $E_x = 10.220$ MeV ausgenommen, da dieser ausführlich in der Dissertation von J. Birkhan diskutiert wird [5]. Die für $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ extrahierten Wirkungsquerschnitte dieser Entfaltungen sind in Tabelle 6.2 aufgeführt. Dabei fällt auf, dass der 3^- - Anteil im Wirkungsquerschnitt bei allen Anregungsenergien vernachlässigbar klein ist. Für den 2^+ - Zustand ist der Anteil am Gesamtwirkungsquerschnitt bei $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ meist etwas größer. Allerdings ist für viele Anregungsenergien der 2^+ - Anteil immer noch deutlich kleiner als der 1^- - oder 1^+ - Anteil. Somit ist die Annahme, dass die 2^+ - bzw. 3^- - Zustände hauptsächlich den verbleibenden Untergrund beschreiben als gerechtfertigt anzusehen.

Die Wirkungsquerschnitte der 1^+ - Zustände werden im folgenden Kapitel in M1-Übergangsstärken umgerechnet und in Kapitel 4.9 ausführlicher diskutiert. Ein Beispiel einer guten Entfaltung mit den drei erlaubten Übergängen $1^-, 2^+, 1^+$ für $E_x = 12.275$ MeV ist in Abbildung 4.11 dargestellt. Die Abbildung zeigt sechs von den, bei dieser Auswahl, acht möglichen Anpassungen. Sind bei einem Entfaltungsergebnis nur zwei theoretische Winkelverteilungen angezeigt, so ist der Vorfaktor a_j^π während der Anpassung gegen 0 gestrebt. Wie weiter zu sehen ist, ergeben sich bei diesem Übergang für verschiedene Kombinationen ähnlich gute Anpassungen, wobei unterschiedliche Übergangsarten bei $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ dominieren können. Dies ist ein Hinweis dafür, dass in dem höheren Energiebereich in einer Peakstruktur mehrere Übergangsarten enthalten sein können. Weiter zeigt dies, dass die Verwendung der Multipolentfaltung nicht ausreichend exakt ist, um eindeutig zu entscheiden, ob eine Übergangsart und wenn ja, welche Übergangsart dominiert. Hierdurch wird auch weiter deutlich, dass in dem vorherigen Kapitel die Berücksichtigung der Quantenzahlen aus externen Daten nötig und gerechtfertigt ist.

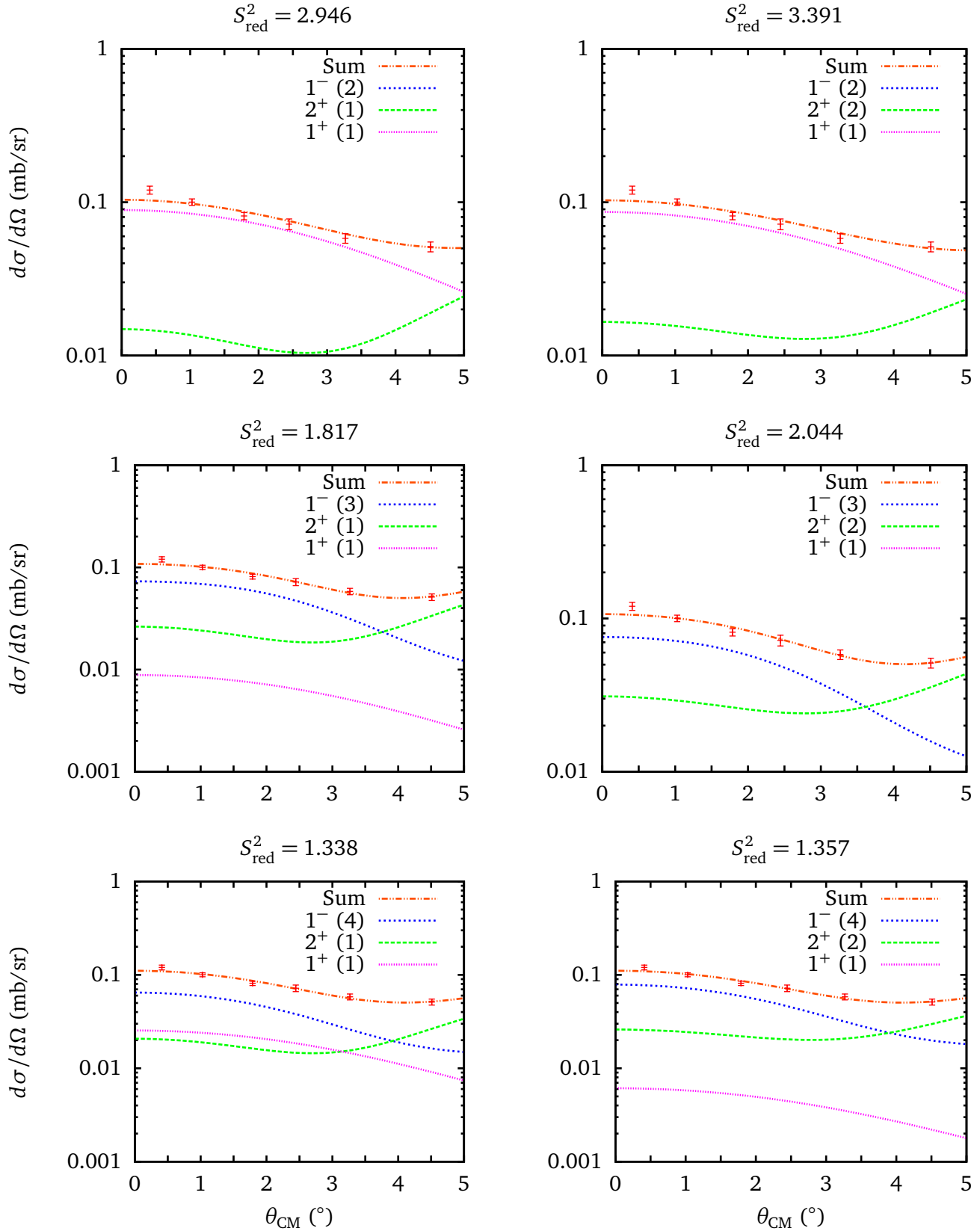


Abbildung 4.11: Sechs von acht mögliche Entfaltungsergebnisse für $E_x = 12.275$ MeV bei der Kombination $1^-, 2^+, 1^+$. Die roten Punkte stellen den extrahierten Gesamtwirkungsquerschnitt mit Unsicherheitsbalken dar. Wenn nur zwei theoretische Winkelverteilungen dargestellt sind, ist der Vorfaktor a_j^π bei der Entfaltung gegen 0 gestrebt.

4.7 Bestimmung der M1-Übergangsstärken

Zur Berechnung der M1-Übergangsstärken aus den 1^{+-} Wirkungsquerschnitten wird das Verhältnis von Gleichung 2.11 und 2.12 aus Kapitel 2.2.2 gebildet. Dies ergibt

$$B(M1)_{IV} = \frac{3}{8\pi} (g_s^{IV})^2 \cdot B(M1)_{\sigma\tau} \mu_N^2 \quad (4.13)$$

als Umrechnungsvorschrift. Die reduzierte Übergangsstärke $B(M1)_{\sigma\tau}$ des $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiments wird anschließend durch Gleichung 2.13 ersetzt:

$$B(M1)_{IV} = \frac{3}{8\pi} (g_s^{IV})^2 \cdot \frac{\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{pp'}^{M1}(0^\circ)}{F_{M1} \sigma_{M1}(A)} \mu_N^2. \quad (4.14)$$

Der kinematische Korrekturfaktor F_{M1} wird mit den theoretischen Winkelverteilungen aus der DWBA berechnet. Der benötigte Einheits-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{M1}(A)$ für den M1-Übergang wird über den Einheits-Wirkungsquerschnitt $\sigma_{GT^-}(A)$ des Gamow-Teller-Übergangs berechnet. Dafür wird das Verhältnis von Gleichungen 2.13 mit der Gleichung 2.17 gebildet und die Beziehungen aus Gleichung 2.12 sowie 2.16 berücksichtigt. Die hierbei benötigten Clebsch-Gordan-Koeffizienten

$$C_{M1,10}^2 = \frac{T_0}{T_0 + 1} \quad \text{und} \quad (4.15)$$

$$C_{GT,-}^2 = \frac{2T_0 - 1}{2T_0 + 1} \quad (4.16)$$

sind [6] entnommen. Mit $T_0 = 4$ und der Tatsache, dass

$$\left(\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{GT} F_{M1} \right) / \left(\left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right)^{M1} F_{GT} \right) = 2 \quad (4.17)$$

ist, berechnet sich $\sigma_{M1}(A)$ über

$$\sigma_{M1}(A) = \frac{1}{2} \frac{T_0 + 1}{T_0} \sigma_{GT^-}(A) = 0.625 \cdot \sigma_{GT^-}(A). \quad (4.18)$$

Für mittelschwere Kerne liefert die Arbeit von Sasano et al. [54] mit

$$\sigma_{GT^\pm}(A) = N_{90} e^{-x(A^{-1/3} - 90^{-1/3})} \quad (4.19)$$

eine phänomenologische Beschreibung der Berechnung von $\sigma_{GT^-}(A)$. Die Faktoren wurden in der Arbeit von Sasano et al. für eine Projektilenergie $E_p = 297$ MeV über Anpassungen an experimentellen Daten zu $N_{90} = (3.4 \pm 0.2)$ mb/sr und $x = 0.40 \pm 0.05$ bestimmt. Somit ergibt sich für ^{48}Ca aus Gleichung 4.18

$$\sigma_{M1}(48) = (2.981 \pm 0.175) \frac{\text{mb}}{\text{sr}} \quad (4.20)$$

als M1-Einheits-Wirkungsquerschnitt. Die so berechneten M1-Übergangsstärken für alle Anregungsenergien, bei denen in den vorigen Unterabschnitten M1-Übergänge als möglich eingestuft wurden, befinden sich in Tabelle 4.3. Die Werte der M1-Übergangsstärke liegen zwischen $(0.007 \pm 0.004) \mu_N^2$ und maximal $(0.229 \pm 0.020) \mu_N^2$. Nur bei $E_x = 12.623$ MeV ist die Unsicherheit von $B(M1)$ größer als die Übergangsstärke und somit wird dieser Peak bei der weiteren Auswertung nicht berücksichtigt. Durch Addition aller anderen Übergangsstärken ergibt sich eine mittlere M1-Gesamtübergangsstärke von $(1.936 \pm 0.097) \mu_N^2$. Eine graphische Darstellung der Stärkeverteilung befindet sich in Abbildung 4.16. In der Abbildung 4.12 ist eine sogenannte „running sum“ der M1-Übergangsstärken dargestellt. Darunter befindet sich eine Abbildung der „running sum“ der M1-Übergangsstärken aus den $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Daten zum Vergleich (Siehe dazu Kapitel 4.9). Bei der „running sum“ werden alle Übergangsstärken, welche unterhalb der jeweiligen betrachteten Energie liegen, addiert. Die Unsicherheit ergibt sich aus der Gaußschen Unsicherheitsfortpflanzung. Für die Übergangsstärke aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ in der Abbildung 4.12 ist deutlich zu erkennen, dass kurz über 10 MeV ein stärkerer Sprung vorliegt. Dies liegt an dem stärksten M1-Übergang bei $E_x = 10.138$ MeV. Danach steigt der Wert der „running sum“ langsamer und etwa gleichmäßig bis ca. 10.8 MeV an. Von dort an bis 11.5 MeV ist kaum eine Steigung zu erkennen. In diesem Bereich ist somit der M1-Anteil sehr klein. Bei den höheren Energien ab etwa 11.5 MeV ist wieder eine größere Steigung vorhanden, welche bis 13 MeV näherungsweise konstant ist. Hier sind die M1-Übergangsstärken also gleichmäßig verteilt.

Tabelle 4.3: Die aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ berechneten M1-Übergangsstärken ohne den Übergang bei $E_x = 10.220$ MeV.

E_x in MeV	$B(M1) \uparrow$ in μ_N^2	E_x in MeV	$B(M1) \uparrow$ in μ_N^2
7.648	0.030 ± 0.011	11.3830	0.007 ± 0.004
8.520	0.013 ± 0.005	11.5130	0.056 ± 0.025
9.383	0.037 ± 0.002	11.5630	0.023 ± 0.020
9.973	0.060 ± 0.004	11.6950	0.040 ± 0.013
10.138	0.229 ± 0.020	11.7250	0.021 ± 0.014
10.288	0.157 ± 0.009	11.8430	0.057 ± 0.010
10.350	0.070 ± 0.020	11.9900	0.080 ± 0.013
10.390	0.047 ± 0.003	12.1200	0.082 ± 0.013
10.538	0.018 ± 0.005	12.2750	0.058 ± 0.040
10.578	0.091 ± 0.021	12.3380	0.130 ± 0.020
10.610	0.061 ± 0.012	12.4800	0.050 ± 0.030
10.645	0.043 ± 0.006	12.6230	0.053 ± 0.056
10.763	0.107 ± 0.047	12.6600	0.134 ± 0.018
10.933	0.013 ± 0.012	12.6930	0.060 ± 0.013
11.225	0.023 ± 0.005	12.9180	0.141 ± 0.017

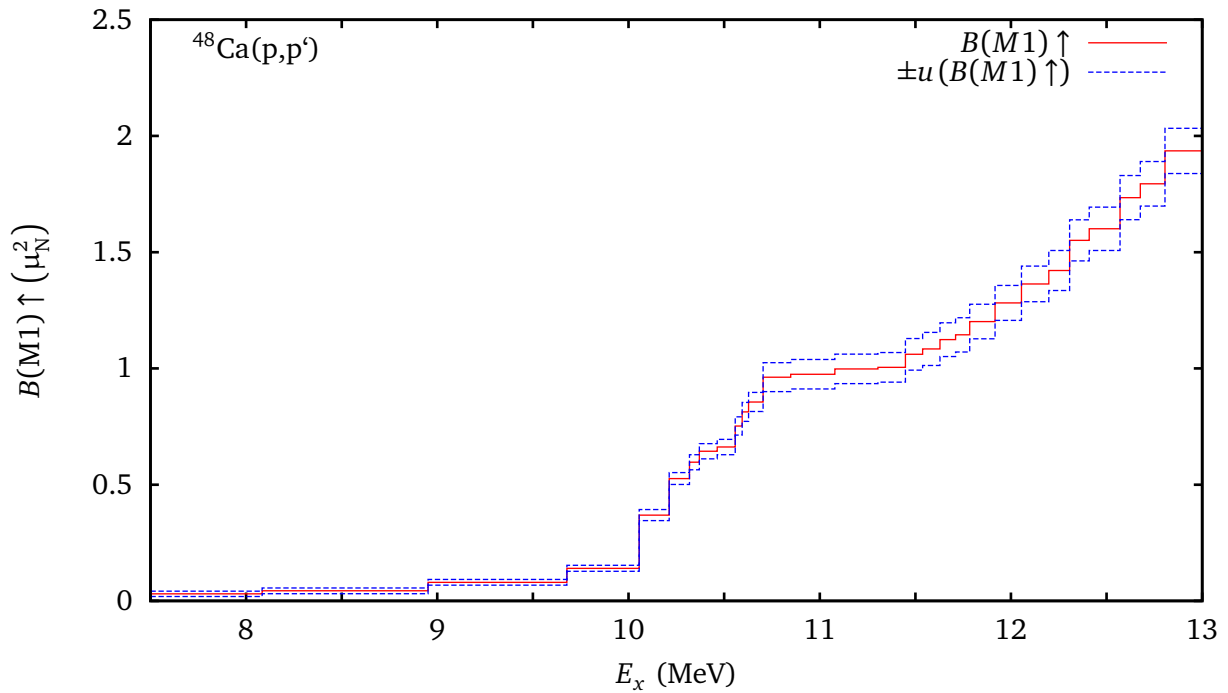


Abbildung 4.12: Running sum über die M1-Übergangsstärke mit Ausnahme von $E_x = 10.220$ MeV und $E_x = 12.623$ MeV für $^{48}\text{Ca}(p,p')$.

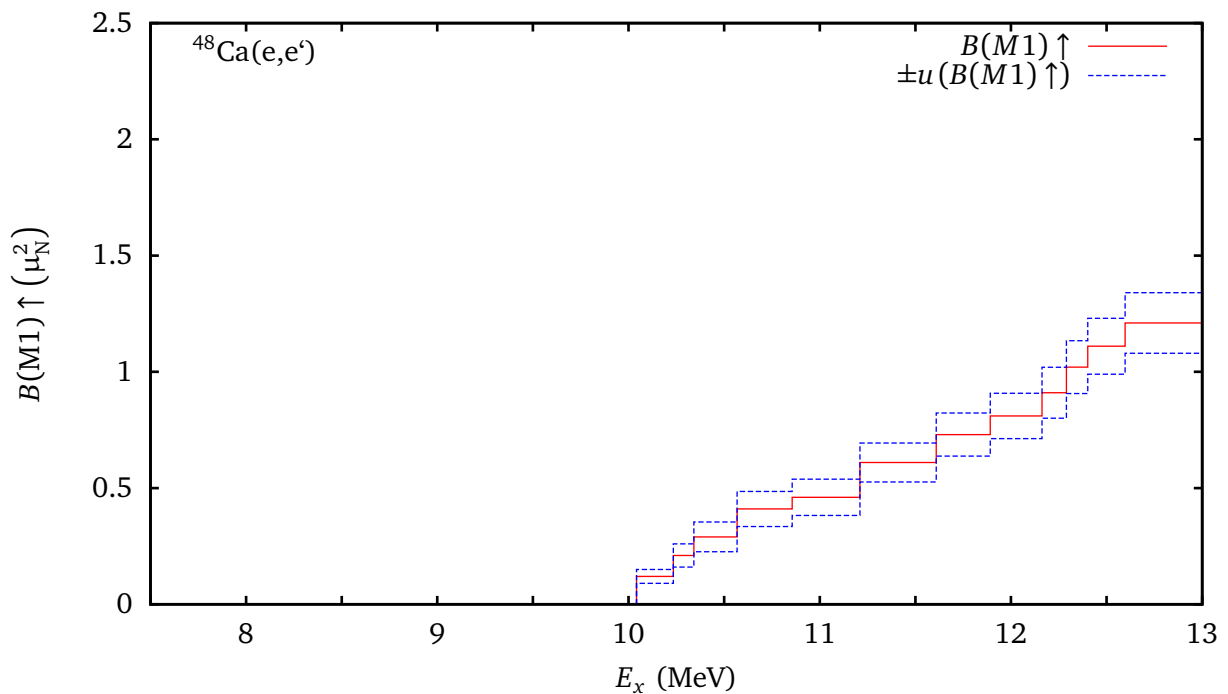


Abbildung 4.13: Running sum über die M1-Übergangsstärke für $^{48}\text{Ca}(e,e')$ mit Ausnahme von $E_x = 10.225$ MeV und alle Übergänge bei den nur eine obere Schranke angegeben wurde [2]. Siehe dazu auch Kapitel 4.9.

4.8 Abschätzung der maximalen M1-Übergangsstärke

Im Folgenden wird die maximale in dem Energiebereich von 7 MeV bis 13 MeV vorkommende M1-Übergangsstärke ohne den Anteil des Zustandes bei $E_x = 10.220$ MeV abgeschätzt. Dazu werden die Spektren in drei Abschnitte unterteilt.

Der erste Abschnitt erstreckt sich von 7 MeV bis einschließlich dem Peak bei $E_x = 10.138$ MeV. Alle Zustände aus dem ersten Abschnitt (Außer $E_x = 10.138$ MeV) wurden schon in Kapitel 4.6.1 einzeln untersucht und dabei entschieden, in welchem dieser Zustände ein M1-Anteil enthalten sein kann. Dabei wurden vier Übergänge als mögliche M1-Übergänge identifiziert. Weiter ist der Übergang bei $E_x = 10.138$ MeV noch klar von anderen Übergängen getrennt. Aus diesen Gründen wird für die Berechnung der Gesamtübergangsstärke des ersten Abschnittes die Übergangsstärke dieser fünf Peaks addiert (Entspricht den ersten fünf Einträgen in Tabelle 4.3). Dies ergibt $(0.369 \pm 0.024) \mu_N^2$.

Der zweite Abschnitt beinhaltet ausschließlich den prominenten Spinflip bei $E_x = 10.220$ MeV und wird nicht berücksichtigt. Dieser Abschnitt erstreckt sich exakt von der Anfangsenergie E_A bis zu der Endenergie E_E des Peaks (Siehe dazu Tabelle 6.1).

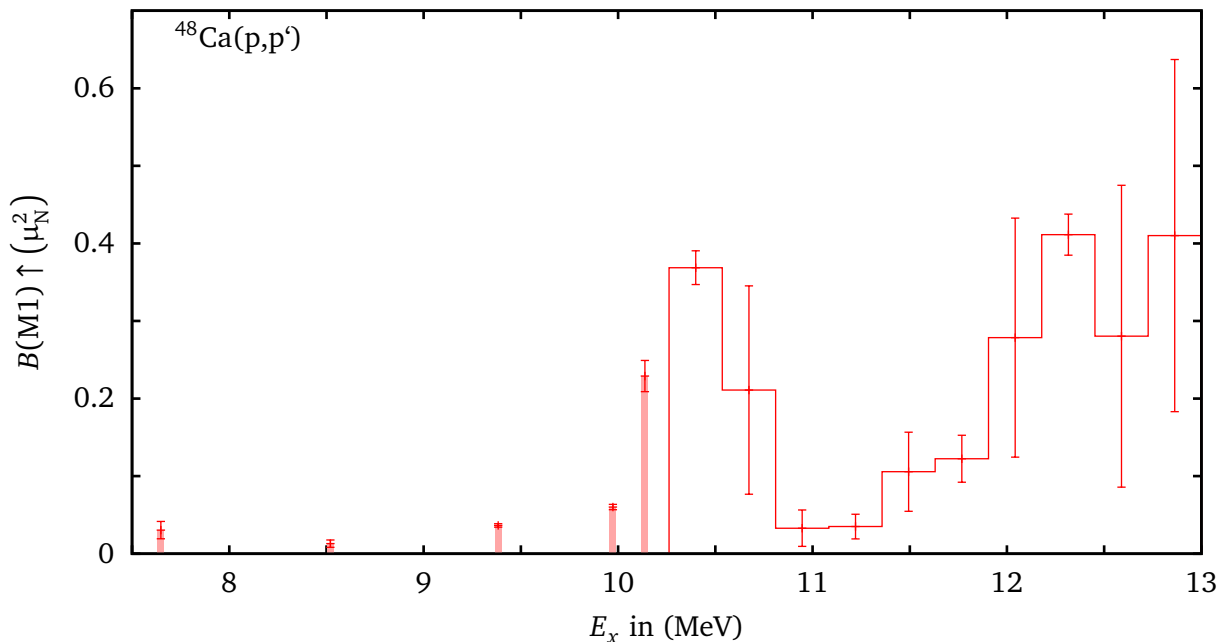


Abbildung 4.14: Maximale M1-Übergangsstärkeverteilung in $^{48}\text{Ca}(p,p')$. Unterhalb der $E_x = 10.138$ MeV werden die vier möglichen M1-Übergänge dargestellt. Ab $E_x = 10.2625$ MeV ist die M1-Übergangsstärke aus den zehn gleich breiten Bins geplottet.

Der dritte Abschnitt beginnt bei der Endenergie $E_E = 10.2625$ MeV des Peaks von dem prominenten Spinflip und endet bei 13 MeV. Da in diesem Abschnitt die Peaks nicht mehr vollständig aufgelöst sind, wird der gesamte Abschnitt in zehn Bins gleicher Breite aufgeteilt. Dabei schließen die Bins lückenlos aneinander an und die Breite eines Bins beträgt 0.27375 MeV. Für jedes Bin wird eine Multipolentfal-

tung mit der Kombination 1^- , 1^+ , 2^+ , 3^- durchgeführt und die Wirkungsquerschnitte für $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ nach Kapitel 4.6 extrahiert. Der 1^+ -Anteil der Wirkungsquerschnitte wird nach dem Formalismus aus den vorherigen Kapitel in eine M1-Übergangsstärke umgerechnet. Als Bezugsenergie für den kinematischen Faktor F_{M1} wird die Mitte eines Bins verwendet. Dies ist unproblematisch, da sich in dem betrachteten Energiebereich der Wert des kinematischen Faktors für die Anfang- und Endenergie eines Bins um unter ein Prozent unterscheidet. Die gesamte M1-Übergangsstärke des dritten Abschnittes wurde so zu $(2.256 \pm 0.370) \mu_{\text{N}}^2$ berechnet.

Die anschließende Addition der Übergangsstärken aus Abschnitt eins und zwei ergibt eine maximale M1-Übergangsstärke von $(2.625 \pm 0.370) \mu_{\text{N}}^2$ zwischen 7 MeV und 13 MeV. Die Stärkeverteilung der fünf Übergänge aus Abschnitt eins und den 10 Bins des dritten Abschnittes ist in Abbildung 4.14 dargestellt.

4.9 Vergleich der Ergebnisse mit den $^{48}\text{Ca}(e,e')$ Daten

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ mit den Daten aus dem $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Experiment, welches von Steffen et al. durchgeführt wurde, verglichen [2]. Die M1-Übergangsstärken aus beiden Experimenten sind in Abbildung 4.16 dargestellt. Weiter finden sich in Abbildung 4.12 und 4.13 die „running sums“ der beiden Stärkeverteilungen. Wie zu sehen ist, ist die Übergangsstärke in $^{48}\text{Ca}(e,e')$ sehr gleichmäßig verteilt, was an der annähernd konstanten Steigung der „running sum“ erkennbar ist. Die Summe aller Übergangsstärken aus $^{48}\text{Ca}(e,e')$ ergibt sich zu $1.21 \pm 0.13 \mu_{\text{N}}^2$. Die Summe der Übergangsstärken aller Peaks aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ ergibt sich zu $1.935 \pm 0.097 \mu_{\text{N}}^2$. Somit unterscheiden sich die beiden Summen um 61%. Dabei ist aber zu berücksichtigen, dass die Summe bei $^{48}\text{Ca}(p,p')$ die Stärken aller gefundenen Übergänge zwischen 10 MeV und 13 MeV enthält.

Zur besseren Übersicht bei dem Vergleich der Experimente sind die Übergänge, welche in beiden Experimenten aufgezeichnet wurden, in Tabelle 4.4 aufgeführt. Eine grobe Vorauswahl für diesen Vergleich wird wieder über die Verträglichkeitsprüfung aus Gleichung 4.12 erstellt. Dafür wird die Tatsache verwendet, dass die maximale Halbwertsbreite der Peaks bei dem Experiment am DALINAC 35 keV betrug. So wird die Unsicherheit der Peakposition $E_{x,2}$ aus $^{48}\text{Ca}(e,e')$ für die Verträglichkeitsprüfung zu

$$u_s(E_{x,2}) = \frac{35 \text{ keV}}{2\sqrt{2 \ln 2}} \approx 15 \text{ keV} \quad (4.21)$$

abgeschätzt. Trotz der Verträglichkeitsprüfung verhält sich der Vergleich zwischen den beiden Experimenten für Energien größer 9.9 MeV schwierig. Der Grund hierfür ist die hohe Zustandsdichte bei dem $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiment, sowie die schlechtere Auflösung bei dem $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Experiment. Wie in Tabelle 4.4 zu sehen ist, gibt es drei Peaks oberhalb von 9.9 MeV, bei denen der Abstand zwischen den Peakpositionen aus beiden Experimenten größer oder gleich 19 keV ist. Hier kann nicht sicher davon ausgegangen werden, dass beide Peaks denselben Zustand beschreiben. So könnte z.B. der Zustand bei $E_{x,2} = 11.490$ MeV aus $^{48}\text{Ca}(e,e')$ nicht eindeutig in den Spektren von $^{48}\text{Ca}(p,p')$ erkennbar sein und der Peak bei $E_{x,1} = 11.513$ MeV schon einen anderen Zustand beschreiben. Neben diesen drei unsicheren Zuordnungen konnten sieben Übergänge aus $^{48}\text{Ca}(e,e')$ in dem $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiment überhaupt nicht entdeckt werden. Dabei fällt auf, dass alle dieser sieben Zustände, außer der Übergang bei $E_{x,2} = 12.310$ MeV,

eine Übergangsstärke kleiner oder gleich $0.09 \mu_N^2$ in $^{48}\text{Ca}(e,e')$ vorweisen. Dies bedeutet, dass die Peaks in $^{48}\text{Ca}(e,e')$ einen relativ kleinen Wirkungsquerschnitt besitzen und der Wirkungsquerschnitt dieser Zustände in $^{48}\text{Ca}(p,p')$ vermutlich noch kleiner ist, weshalb die Peaks nicht entdeckt werden können. Daneben gibt es in $^{48}\text{Ca}(p,p')$ zwei Zustände bei den Anregungsenergien $E_x = 7.648$ MeV sowie $E_x = 8.520$ MeV bei denen ein M1-Übergang möglich sein kann. Diese Zustände wurden in $^{48}\text{Ca}(e,e')$ nicht als 1^+ -Zustände identifiziert. Weiter gibt es in Tabelle 4.4 acht Zustände, bei denen die Zuordnung zwischen beiden Experimenten mit $\Delta E \leq 10$ keV möglich ist. Hierbei gibt es einige Übergänge, bei denen eine Einzelentfaltung mit der theoretischen Winkelverteilung für den 1^+ -Zustand eine relativ gute Anpassung ergibt. In der Tabelle sind diese mit * gekennzeichnet. Dies bedeutet, dass die theoretische 1^+ -Verteilung bei allen sechs oder fünf Messwerten innerhalb der Unsicherheitsbalken liegt. Die Markierung ** bedeutet, dass zwei Messwerte von der theoretischen Verteilung abweichen. Als Beispiel ist für den Übergang bei $E_{x,1} = 10.138$ MeV eine reine 1^+ -Anpassung in Abbildung 4.15 dargestellt. Wie zu sehen ist, liegen alle Messwerte, bis auf einen Punkt, im Rahmen der Unsicherheiten auf der theoretischen Winkelverteilung. Nur der Wirkungsquerschnitt des größten Streuwinkels bei $\theta_{\text{CM}} \approx 5.29^\circ$ liegt leicht erhöht.

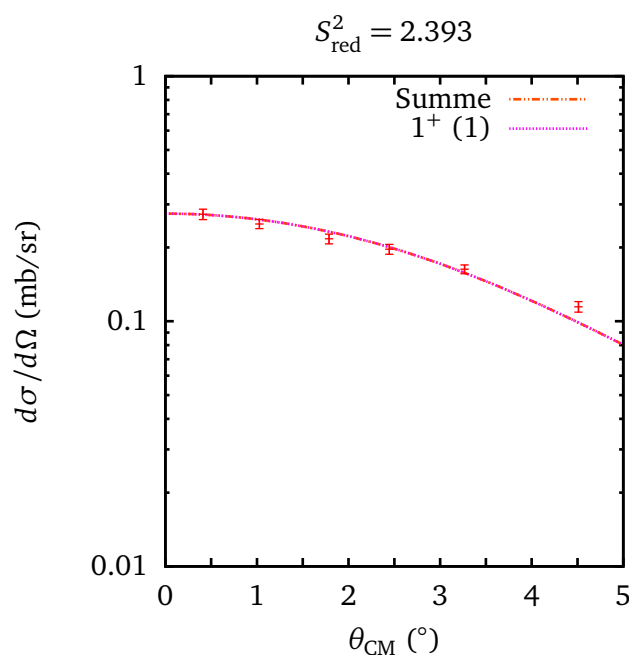


Abbildung 4.15: Eine Multipolentfaltung für $E_{x,1} = 10.138$ MeV, wobei die roten Punkte den extrahierten Gesamtwirkungsquerschnitt samt Unsicherheitsbalken darstellen.

Der Wirkungsquerschnitt bei $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ entspricht in etwa dem gemittelten Wirkungsquerschnitt der Entfaltungen aus Kapitel 4.6.2. Dies zeigt, dass die in Kapitel 4.6.2 durchgeführte Multipolentfaltung bei einem deutlichen 1^+ -Anteil auch einen vernünftigen Wirkungsquerschnitt für den 1^+ -Zustand erzeugt. Deshalb und wegen der schon mehrfach angesprochenen hohen Zustandsdichte, wird in diesem Energiebereich keine 1^+ -Einzelentfaltungen verwendet um die Wirkungsquerschnitte zu bestimmen.

Die errechneten M1-Übergangsstärken aus den $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten liegen in der gleichen Größenordnung wie die Stärken aus der inelastischen Elektronenstreuung. Hierbei stimmen die M1-Übergangsstärken bei

einigen Übergängen relativ gut überein, wohingegen es bei manchen Übergängen auch deutlichere Abweichungen gibt. Bei $E_{x,1} = 9.383$ MeV liegt nach $^{48}\text{Ca}(p,p')$ die M1-Übergangsstärke bei $0.037 \pm 0.002 \mu_N^2$. Die Stärke ist somit kleiner als die obere Schranke von $0.07 \mu_N^2$ aus den $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Daten. Bei dem Zustand $E_{x,1} = 9.973$ MeV liegt die M1-Übergangsstärke aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ auch unterhalb der oberen Schranke aus $^{48}\text{Ca}(e,e')$. In diesem Energiebereich decken sich also die Ergebnisse beider Experimente. Wie weiter an dem Stärkeverhältnis $B(M1)_{ee'} \uparrow / B(M1)_{pp'} \uparrow$ aus Tabelle 4.4 zu sehen ist, gibt es für die Übergänge bei $E_{x,1} = 10.350$ MeV und $E_{x,1} = 10.763$ MeV die beste Übereinstimmung mit einer Abweichung von um die 13%. Die nächstbesten Übereinstimmungen ergeben sich für die Übergänge bei $E_{x,1} = 10.138$ MeV, $E_{x,1} = 12.275$ MeV, $E_{x,1} = 12.480$ MeV und $E_{x,1} = 12.700$ MeV mit Abweichungen bei den Stärken von 20% bis 100%. Bei den drei verbleibenden Anregungen zwischen 10 und 13 MeV ist die Abweichung der Stärken größer als 100%. Dabei ist zu berücksichtigen, dass für den Übergang bei $E_{x,1} = 10.933$ MeV die Energiedifferenz ΔE der beiden Peakpositionen 23 keV beträgt. Es ist also nicht sicher, dass die verglichenen Peaks überhaupt den selben Zustand beschreiben. Bei $E_{x,1} = 11.725$ MeV ergibt sich mit Abstand die stärkste Abweichung der beiden M1-Übergangsstärken. Betrachtet man für diesen Zustand die Einzelentfaltungen, wird deutlich, dass die Winkelverteilung stark von dem Verlauf der theoretischen Winkelverteilung des 1^+ -Zustandes abweicht. Anscheinend ist bei diesem Übergang in $^{48}\text{Ca}(p,p')$ kein deutlicher M1-Anteil vorhanden, was die große Differenz zwischen den beiden M1-Übergangsstärken erklärt. Für den Zustand bei $E_{x,1} = 10.933$ MeV gibt es eine Abweichung von ca. 300%. Bei genauerer Betrachtung des Spektrums fällt auf, dass dies ein sehr schwacher Übergang in $^{48}\text{Ca}(p,p')$ ist. Somit unterscheiden sich die Wirkungsquerschnitte der meisten Streuwinkel kaum von 0 mb/sr, was eine gute Anpassung der Multipolentfaltung schwierig macht. Weiter dominiert hier nach der Multipolentfaltung der 2^+ -Zustand.

Bei all diesen Vergleichen ist zu berücksichtigen, dass die Unsicherheiten der Stärkeverhältnisse relativ groß sind (Siehe dazu Tabelle 4.4). In den meisten Fällen ist so eine Übereinstimmung der beiden M1-Übergangsstärken aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ und $^{48}\text{Ca}(e,e')$ im Rahmen der Unsicherheiten möglich. Weiter wird deutlich, dass bis auf den Zustand bei $E_{x,1} = 10.138$ MeV die M1-Übergangsstärke aus den $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten kleiner ist. Ein Grund dafür ist, dass bei der Entfaltung neben dem 1^+ -Anteil noch zwei zusätzliche Übergänge zugelassen wurden. Bei der Analyse der $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Daten hingegen wurde bei jedem Peak immer nur von einer Übergangsart ausgegangen. Wie weiter oben schon erwähnt, kann dies allerdings bei deutlichen 1^+ -Zuständen nur einen geringen Unterschied von um die 10 % erzeugen. Ein weiterer möglicher Grund für die größere M1-Übergangsstärke bei $^{48}\text{Ca}(e,e')$ ist die Tatsache, dass bei der inelastischen Elektronenstreuung ein größerer Untergrund in den Spektren vorhanden ist. Dieser Untergrund ist außerdem nicht so exakt herauszurechnen wie bei der Protonenstreuung. Dies könnte die M1-Übergangsstärke bei $^{48}\text{Ca}(e,e')$ vergrößert haben.

Insgesamt ist die Übereinstimmung der M1-Übergangsstärken aus beiden Experimenten dennoch als zufriedenstellend anzusehen. Bei dem durchgeführten Vergleich muss durchgehend berücksichtigt werden, dass bei beiden Experimenten mehrere, teilweise weitreichende Annahmen getroffen wurden, um die M1-Übergangsstärken zu extrahieren. Dabei können die Auswirkungen der meisten Annahmen auf die M1-Übergangsstärke nicht abgeschätzt werden. Besonders die Auswertung dieser Arbeit ist stark von den theoretisch errechneten Winkelverteilungen abhängig. Auch bei der Umrechnung des Wirkungsquer-

schnittes der 1^+ - Zustände in eine M1-Übergangsstärke wurden mehrere theoretische Annahmen und Vereinfachungen getroffen, deren wahre Auswirkungen auf die errechneten M1-Übergangsstärke kaum oder gar nicht ohne Weiteres abzuschätzen sind (Siehe dazu Kapitel 2.2.2 und 4.7). Weiter handelt es sich bei den hier untersuchten Übergängen meist um sehr schwache Zustände, deren Wirkungsquerschnitte gerade über der Nachweisgrenze liegen. Dies führt zum einen dazu, dass die Entscheidung über die Übergangsart erschwert ist und zum anderen dazu, dass die relativen Unsicherheiten der Übergangsstärke oft sehr groß sind.

Tabelle 4.4: Vergleich der gemessenen Zustände aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ und dem $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Experiment [2]. $E_{x,1}$ ist die Anregungsenergie aus $^{48}\text{Ca}(p,p')$ und $E_{x,1}$ ist die Anregungsenergie aus $^{48}\text{Ca}(e,e')$. In der Spalte ΔE steht die Differenz dieser beiden Energien. Ist ein Übergang mit einem * gekennzeichnet liefert die Einzelentfaltung mit 1^+ eine gute Anpassung. Bei ** ist die Anpassung noch in Ordnung, aber zwei Messwerte weichen von der theoretischen Verteilung ab. Eine ausführlichere Erklärung hierzu findet sich im Text dieses Unterkapitels.

$E_{x,2}$ in MeV	$B(M1)_{ee'} \uparrow$ in μ_N^2	$E_{x,1}$ in MeV	$B(M1)_{pp'} \uparrow$ in μ_N^2		ΔE in keV	$B(M1)_{ee'} \uparrow / B(M1)_{pp'} \uparrow$ Einheitenlos
7.696	< 0.05	-	-		-	-
8.150	< 0.05	-	-		-	-
9.392	< 0.07	9.383	0.037±0.002	*	9	-
9.885	< 0.09	-	-		-	-
9.954	< 0.01	9.973	0.060±0.004	*	19	-
10.138	0.12±0.03	10.138	0.229±0.020	*	0	0.524±0.139
10.225	3.90±0.30	10.220	-	*	5	-
10.330	0.09±0.04	-	-		-	-
10.354	0.08±0.04	10.350	0.070±0.020	**	4	1.138±0.655
10.782	0.12±0.04	10.763	0.107±0.047	*	19	1.125±0.619
10.930	0.05±0.02	10.933	0.013±0.012		3	3.968±3.954
11.410	< 0.09	-	-		-	-
11.490	0.15±0.03	11.513	0.056±0.025		23	2.679±1.289
11.728	0.12±0.04	11.725	0.021±0.014		3	5.797±4.421
12.055	0.08±0.03	-	-		-	-
12.270	0.10±0.05	12.275	0.058±0.040	**	5	1.727±1.468
12.310	0.11±0.03	-	-		-	-
12.493	0.09±0.04	12.480	0.050±0.030		13	1.815±1.347
12.700	0.10±0.05	12.693	0.060±0.013		7	1.675±0.912

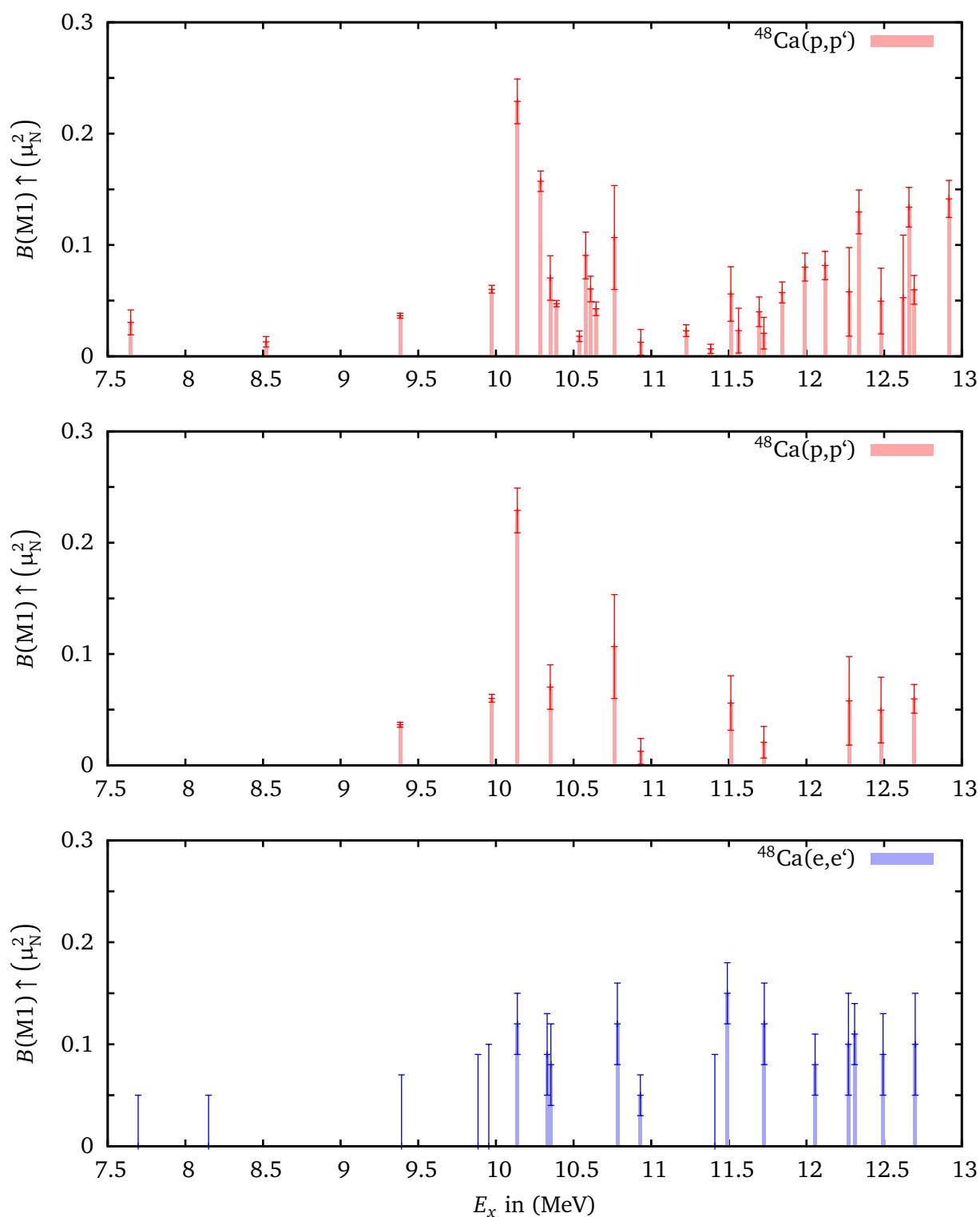


Abbildung 4.16: Vergleich der $B(M1)$ Stärke aus den $^{48}\text{Ca}(p,p')$ - und den $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Experimenten. Oben: Alle möglichen Übergänge mit M1-Anteile in $^{48}\text{Ca}(p,p')$ aus Tabelle 4.3. Mitte: Zur besseren Übersicht sind hier alle M1-Übergänge, welche in $^{48}\text{Ca}(p,p')$ und $^{48}\text{Ca}(e,e')$ gesehen wurden, aus Tabelle 4.4 entnommen. Unten: Alle M1-Übergänge aus $^{48}\text{Ca}(e,e')$. Der Peak $E_x = 10.220$ MeV wurde bei allen Plots ausgenommen.



5 Fazit

Bei der Auswertung der $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten wurden 42 Peakstrukturen in dem Energiebereich von 7 MeV bis 13 MeV gefunden und die Winkelverteilungen deren Wirkungsquerschnitte bestimmt. An diesen wurden mit theoretischen Winkelverteilungen für 1^- , 1^+ , 2^+ und 3^- Zustände verschiedene Kombinationen von Multipolentfaltungen durchgeführt.

Für Anregungen zwischen 7 MeV und 10 MeV war es mit Hilfe der Verträglichkeitsüberprüfung gut möglich die Zustände mit den schon bekannten Daten aus dem NNDC und dem $^{48}\text{Ca}(\gamma,\gamma')$ -Experiment zu vergleichen. Hierbei gibt es für die meisten Zustände die kleinste reduzierte Prüfsumme, wenn die verwendete Anzahl und die Art der Übergänge bei der Entfaltung mit den bekannten Quantenzahlen aus den externen Daten übereinstimmen. Dies kann als Bestätigung der schon bekannten Quantenzahlen gesehen werden. Weiter wurden so in diesem Energiebereich vier mögliche M1-Übergänge mit einer Gesamtstärke von $(0.140 \pm 0.013) \mu_N^2$ entdeckt. In dem Energiebereich von 10 MeV bis 13 MeV ist eine ähnlich genaue Analyse, wie in dem vorherigen Energiebereich wegen der erhöhten Zustandsdichte nicht mehr ohne Weiteres möglich. Darum wurde an jedem Peak in diesem Energiebereich eine Multipolentfaltung mit 1^- , 1^+ , 2^+ - Verteilungen sowie eine Multipolentfaltung mit 1^- , 1^+ , 3^- - Verteilungen durchgeführt. Hieraus wurde anschließend das mit der reduzierten Prüfsumme gewichtete Mittel des 1^+ - Wirkungsquerschnittes bei $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ bestimmt und somit die M1-Übergangsstärke ermittelt. Die so erhaltenen M1-Übergangsstärken zwischen 7 MeV und 13 MeV sind in Tabelle 4.3 aufgelistet und in dem obersten Plot der Abbildung 4.16 dargestellt. So ergibt sich für die Addition der Übergangsstärke aller Peaks ein Wert von $(1.936 \pm 0.097) \mu_N^2$.

Da oberhalb von 10 MeV die Peaks nicht immer in allen Spektren eindeutig zu erkennen sind, wurde zusätzlich die maximale M1-Übergangsstärke abgeschätzt. Dazu wurden die Spektren oberhalb des prominenten Spinflips bei $E_x = 10.220$ MeV bis 13 MeV in zehn gleich breite Bins aufgeteilt und eine Multipolentfaltung für 1^- , 1^+ , 2^+ , 3^- - Verteilungen durchgeführt. Die Gesamtstärke der Bins wurde zu $(2.256 \pm 0.370) \mu_N^2$ bestimmt. Werden die Übergangsstärken der darunter liegenden Peaks hinzu addiert, ergibt sich die obere Schranke der M1-Übergangsstärke zwischen 7 MeV und 13 MeV zu $(2.625 \pm 0.370) \mu_N^2$. Die Verteilung dieser Stärken ist in Abbildung 4.14 dargestellt. Dieses Ergebnis zeigt außerdem, dass die hier verwendete Methode ausreichend sensitiv zur Berechnung der M1-Übergangsstärke an schwachen Zuständen ist. So ergeben sich für die Übergangsstärken keine absonderlichen zu kleine oder zu große Werte.

Der Vergleich der $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten mit dem $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Experiment ist insgesamt als zufriedenstellend anzusehen. Aufgrund der hohen Zustandsdichte oberhalb der 10 MeV ist es nicht immer eindeutig möglich einem Peak aus dem $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Experiment, einen Zustand aus dem $^{48}\text{Ca}(e,e')$ -Experiment zuzuordnen. Weiter gibt es bei einigen Peaks mit Abweichungen von 10-20 % relative gute Verträglichkeiten der M1-Übergangsstärken und bei anderen Peaks wiederum größere Unterschiede in den Übergangsstärken. Insgesamt betrachtet liegen allerdings die M1-Übergangsstärken beider Experimente in der gleichen

Größenordnung. So ergibt sich für die Addition der Übergangsstärken aller Peaks aus den $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten ein Wert von $(1.936 \pm 0.097) \mu_{\text{N}}^2$. Dieser Wert betrug bei der inelastischen Elektronenstreuung $(1.21 \pm 0.13) \mu_{\text{N}}^2$. Dadurch konnte mit zwei völlig unabhängigen und unterschiedlichen Methoden gezeigt werden, dass die M1-Übergangsstärken der schwachen Übergänge im Vergleich zu der Stärke des prominenten Spinflips bei $E_x = 10.220$ MeV nicht vernachlässigbar sind. Allerdings tragen diese Übergänge auch nicht mehr als etwa $2 \mu_{\text{N}}^2$ zwischen 7 MeV und 13 MeV zu der Gesamtstärke bei. Dies bedeutet ferner, dass immer noch ein ausschlaggebender Anteil der gesamten M1-Stärke unterdrückt ist und die fehlende M1-Stärke nicht auf eine mögliche schlechte Sensitivität der Elektronenstreuung zurückzuführen ist.

Allerdings muss bei den hier berechneten M1-Übergangsstärken berücksichtigt werden, dass dieser Wert in Zukunft noch nach unten korrigiert werden muss, da für ^{48}Ca ein Sonderfall vorliegt. Aufgrund des starken Neutronenüberschusses in ^{48}Ca sind bei den M1-Übergängen hauptsächlich Neutronen beteiligt. Dadurch ist der σ -Anteil in der Wechselwirkung nicht, wie hier ursprünglich angenommen, zu vernachlässigen. Dies wird deutlich, indem die aus den $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten errechnete M1-Übergangsstärke mit den Analogzuständen aus $^{48}\text{Ca}(p,n)$ -Experimenten verglichen werden. Hierbei wird die M1-Übergangsstärke aus den $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -Daten bei Vernachlässigung des σ -Anteils systematisch überschätzt [5]. Wird daraufhin bei den Umrechnungen aus Kapitel 4.7 doch der isoskalare Anteil in der M1-Stärke aus Gleichung 2.7 berücksichtigt, wird in der Umrechnung aus Gleichung 4.14 noch ein Faktor kleiner 1 benötigt. Allerdings konnte die genaue Größe dieses Faktors noch nicht vor der Fertigstellung dieser Arbeit bestimmt werden.

6 Anhang

Tabelle 6.1: Peakenergien der deutlichen Strukturen im Spektrum zwischen 7.5 und 13 MeV. Die Unsicherheit der Peakposition E_x beträgt 9 keV. Siehe dazu Kapitel 4.4.

E_x in MeV	E_A in MeV	E_E in MeV	E_x in MeV	E_A in MeV	E_E in MeV
7.2850	7.2575	7.3125	10.5780	10.5625	10.5925
7.3850	7.3625	7.4075	10.6100	10.5925	10.6275
7.6480	7.6225	7.6725	10.6450	10.6275	10.6625
8.0180	7.9925	8.0425	10.7630	10.7375	10.7875
8.3850	8.3575	8.4125	10.9330	10.9175	10.9475
8.5200	8.5075	8.5325	11.2250	11.2075	11.2425
8.8930	8.8625	8.9225	11.3830	11.3725	11.3925
9.0430	9.0125	9.0725	11.5130	11.4875	11.5375
9.2980	9.2725	9.3225	11.5630	11.5475	11.5775
9.3830	9.3625	9.4025	11.6950	11.6775	11.7125
9.4750	9.4525	9.4975	11.7250	11.7125	11.7375
9.5480	9.5225	9.5725	11.8430	11.8275	11.8575
9.6530	9.6275	9.6775	11.9900	11.9725	12.0075
9.8230	9.8075	9.8375	12.1200	12.1025	12.1375
9.9730	9.9525	9.9925	12.2750	12.2575	12.2925
10.1380	10.1075	10.1675	12.3380	12.3175	12.3575
10.2200	10.1775	10.2625	12.4800	12.4625	12.4975
10.2880	10.2625	10.3125	12.6230	12.6025	12.6425
10.3500	10.3275	10.3725	12.6600	12.6425	12.6775
10.3900	10.3725	10.4075	12.6930	12.6775	12.7075
10.5380	10.5175	10.5575	12.9180	12.8925	12.9425

Tabelle 6.2: Die extrahierten, gemittelten Wirkungsquerschnitte bei $\theta_{\text{CM}} = 0^\circ$ aus den beiden Entfaltungsläufen $1^-, 1^+, 2^+$ sowie $1^-, 1^+, 3^-$. Siehe dazu Kapitel 4.6.2.

E_x in MeV	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{1^-}$ in $\frac{\text{mb}}{\text{sr}}$	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{1^+}$ in $\frac{\text{mb}}{\text{sr}}$	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{2^+}$ in $\frac{\text{mb}}{\text{sr}}$	$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{3^-}$ in $\frac{\text{mb}}{\text{sr}}$
10.138	0.025±0.023	0.243±0.016	0.022±0.003	0.003±0.002
10.288	0.209±0.004	0.167±0.000	0.000±0.000	0.003±0.000
10.350	0.065±0.036	0.074±0.021	0.034±0.005	0.005±0.004
10.390	0.059±0.002	0.050±0.000	0.000±0.000	0.003±0.000
10.538	0.008±0.004	0.019±0.005	0.023±0.010	0.005±0.004
10.578	0.032±0.021	0.096±0.022	0.009±0.002	0.002±0.001
10.610	0.070±0.010	0.064±0.012	0.010±0.003	0.002±0.001
10.645	0.045±0.011	0.045±0.006	0.012±0.002	0.001±0.001
10.763	0.093±0.062	0.112±0.049	0.035±0.005	0.005±0.004
10.933	0.017±0.015	0.013±0.012	0.037±0.005	0.004±0.003
11.225	0.024±0.006	0.024±0.005	0.032±0.015	0.007±0.005
11.383	0.008±0.004	0.007±0.004	0.020±0.006	0.005±0.004
11.513	0.055±0.053	0.058±0.025	0.082±0.013	0.010±0.008
11.563	0.059±0.010	0.024±0.021	0.031±0.004	0.003±0.003
11.695	0.031±0.026	0.042±0.014	0.038±0.004	0.004±0.003
11.725	0.022±0.015	0.022±0.015	0.025±0.011	0.005±0.004
11.843	0.059±0.009	0.060±0.009	0.015±0.003	0.002±0.001
11.990	0.082±0.012	0.083±0.012	0.016±0.005	0.002±0.001
12.120	0.015±0.006	0.085±0.012	0.028±0.008	0.004±0.003
12.275	0.082±0.022	0.060±0.041	0.022±0.006	0.003±0.002
12.338	0.126±0.034	0.134±0.019	0.037±0.007	0.003±0.003
12.480	0.062±0.015	0.051±0.030	0.032±0.004	0.003±0.003
12.623	0.039±0.045	0.054±0.058	0.142±0.004	0.011±0.010
12.660	0.145±0.026	0.138±0.016	0.021±0.007	0.002±0.001
12.693	0.062±0.008	0.062±0.013	0.016±0.003	0.002±0.001
12.918	0.132±0.036	0.145±0.015	0.042±0.008	0.004±0.003

Literaturverzeichnis

- [1] RICHTER, A.: Operational Experience at the S-DALINAC. Epac 96: Proceedings of the Fifth European Particle Accelerator Conference, Sitges (Barcelona), 1996.
- [2] STEFFEN, W. ; GRÄF, H.-D. ; RICHTER, A. ; HÄRTING, A. ; WEISE, W. ; DEUTSCHMANN, U. ; LAHM, G. ; NEUHAUSEN, R.: Form factor of the M1 transition to the 10.23 MeV state in 48-Ca and the role of the $\Delta(1232)$. In: *Nuclear Physics A* 404 (1983), S. 413 – 427.
- [3] HARTMANN, T.: *Dipol und Quadrupolanregungen unterhalb der Neutronenschwelle im doppelt-magischen Kern ^{48}Ca* . Deutschland, Technische Universität Darmstadt, Diplom-Arbeit, 1999.
- [4] RICHTER, A.: Low energy electron scattering and nuclear structure: a few selected examples of elementary electric and magnetic excitations. In: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 13 (1985), S. 1 – 62.
- [5] BIRKHAN, J.: *Dissertation in Vorbereitung*. Deutschland, Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 2014.
- [6] FUJITA, Y. ; RUBIO, B. ; GELLETLY, W.: Spin-isospin excitations probed by strong, weak and electro-magnetic interactions. In: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 66 (2011), S. 549 – 606.
- [7] LOVE, W. G. ; FRANEY, M. A.: Effective nucleon-nucleon interaction for scattering at intermediate energies. In: *Physical Review C* 24 (1981), S. 1073–1094.
- [8] FRANEY, M. A. ; LOVE, W. G.: Nucleon-nucleon *t*-matrix interaction for scattering at intermediate energies. In: *Physical Review C* 31 (1985), S. 488–498.
- [9] BALYSH, A. ; DE SILVA, A. ; LEBEDEV, V. I. ; LOU, K. ; MOE, M. K. ; NELSON, M. A. ; PIEPKE, A. ; PRONSKIY, A. ; VIENT, M. A. ; VOGEL, P.: Double Beta Decay of ^{48}Ca . In: *Physical Review Letters* 77 (1996), S. 5186–5189.
- [10] STEFFEN, W. ; GRÄF, H.-D. ; GROSS, W. ; MEUER, D. ; RICHTER, A. ; SPAMER, E. ; TITZE, O. ; KNÜPFER, W.: Backward-angle high-resolution inelastic electron scattering on 40, 42, 44, 48-Ca and observation of a very strong magnetic dipole ground-state transition in 48-Ca. In: *Physics Letters B* 95 (1980), S. 23 – 26.
- [11] BERTSCH, G.F.: Spin excitations in nuclei. In: *Nuclear Physics A* 354 (1981), S. 157 – 172.
- [12] MAYER, M. G.: On Closed Shells in Nuclei. II. In: *Physical Review* 75 (1949), S. 1969–1970.
- [13] HAXEL, O. ; JENSEN, J. H. D. ; SUESS, H. E.: On the “Magic numbers“ in Nuclear Structure. In: *Physical Review* 75 (1949), S. 1766–1766.
- [14] EDMONDS, A.R.: *Angular Momentum in Quantum Mechanics*. NJ : Princeton University Press, 1960.
- [15] BANKS, S.M. ; SPICER, B.M. ; SHUTE, G.G. ; OFFICER, V.C. ; WAGNER, G.J. ; DOLLHOPF, W.E. ; QUINGLI, Li ; GLOVER, C.W. ; DEVINS, D.W. ; FRIESEL, D.L.: Evidence for proton ground state correlations in ^{48}Ca . In: *Zeitschrift für Physik A Atoms and Nuclei* 316 (1984), S. 241–242.
- [16] ICHIMURA, M. ; SAKAI, H. ; WAKASA, T.: Spin-isospin responses via and reactions. In: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 56 (2006), Nr. 2, S. 446 – 531.
- [17] RICHTER, A.: Inelastic Electron Scattering, Fine Structure of M1 Giant Resonances and Gamow-Teller States s. In: *Physica Scripta* T5 (1983), S. 63–73.

-
- [18] GAARDE, C.: Gamow-Teller resonances. In: *C.H. Dasso, R.A. Broglia and A. Winther (Eds.), Nuclear Physics* (1983), S. 347.
- [19] FUJITA, Y. ; FUJIWARA, M. ; MORINOBU, S. ; YAMAZAKI, T. ; ITAHASHI, T. ; IKEGAMI, H. ; HAYAKAWA, S. I.: Nuclear structure of ^{48}Ca . In: *Physical Review C* 37 (1988), S. 45–65.
- [20] BURROWS, T. W.: *Nuclear Data Sheets 107, 1747 (2006) @ONLINE*. <http://www.nndc.bnl.gov/chart/getdataset.jsp?nucleus=48CA&unc=nds1>. Version: 2013.
- [21] HEILMANN, A. M.: *Complete dipole response in ^{208}Pb from high-resolution polarized proton scattering at 0°* , Technische Universität Darmstadt, Diplomarbeit, 2011.
- [22] ANDREJTSCHIEFF, W. ; KOHSTALL, C. ; BRENTANO, P. VON ; FRANSEN, C. ; KNEISSEL, U. ; PIETRALLA, N. ; PITZ, H.H.: New evidence for the E1 core polarization in spherical nuclei. In: *Physics Letters B* 506 (2001), S. 239 – 246.
- [23] BARTHOLOMEW, G. A. ; EARLE, E.D. ; FERGUSON, A. J. ; KNOWLES, J. W. ; LONE, M. A.: In: *Advances Nuclear Physics* 7 (1972), S. 229.
- [24] REINHARD, P-G. ; NAZAREWICZ, W.: Information content of a new observable: The case of the nuclear neutron skin. In: *Physical Review C* 81 (2010), S. 51303.
- [25] BALDWIN, G. C. ; KLAIBER, G. S.: Photo-Fission in Heavy Elements. In: *Physical Review* 71 (1947), S. 3–10.
- [26] BOTHE, W. ; GENTER, W.: Atomumwandlungen durch γ -Strahlen. In: *Zeitschrift der Physik A* 106 (1937), S. 236–247.
- [27] GOLDBABER, M. ; TELLER, E.: On Nuclear Dipole Vibrations. In: *Physical Review* 74 (1948), S. 1046–1049.
- [28] HARAKEH, M. N. ; VAN DER WOUDE, A.: *Giant Resonances in Nuclei: Fundamental High-Frequency Modes of Nuclear Excitations*. Clarendon Press, 2001.
- [29] LIPPMANN, B. A. ; SCHWINGER, J.: Variational Principles for Scattering Processes. I. In: *Physical Review Letters* 79 (1950), S. 469–480.
- [30] MACHNER, H.: *Einführung in die Kern- und Elementarteilchenphysik*. Weinheim : WILEY-VCH Verlag, 2005.
- [31] SATCHLER, G. R.: *Introduction to Nuclear Reactions*. London : The MacMillan Press LTD, 1980.
- [32] SATCHLER, G. R.: The distorted-waves theory of direct nuclear reactions with spin-orbit effects. In: *Nuclear Physics* 55 (1964), S. 1 – 33.
- [33] BERTULANI, C.A. ; CAMPBELL, C.M. ; GLASMACHER, T.: A computer program for nuclear scattering at intermediate and high energies. In: *Computer Physics Communications* 152 (2003), S. 317 – 340.
- [34] RAYNAL, J.: *Computing code DWBA07*. NEA Data Service NEA1209/08, 2007.
- [35] POLTORATSKA, I. ; VON NEUMANN-COSEL, P. ; TAMIL, A. ; ADACHI, T. ; BERTULANI, C. A. ; CARTER, J. ; DOZONO, M. ; FUJITA, H. ; FUJITA, K. ; FUJITA, Y. ; HATANAKA, K. ; ITOH, M. ; KAWABATA, T. ; KALMYKOV, Y. ; KRUMBHOLZ, A. M. ; LITVINOVA, E. ; MATSUBARA, H. ; NAKANISHI, K. ; NEVELING, R. ; OKAMURA, H. ; ONG, H. J. ; ÖZEL-TASHENOV, B. ; PONOMAREV, V. Y. ; RICHTER, A. ; RUBIO, B. ; SAKAGUCHI, H. ; SAKEMI, Y. ; SASAMOTO, Y. ; SHIMBARA, Y. ; SHIMIZU, Y. ; SMIT, F. D. ; SUZUKI, T. ; TAMESHIGE, Y. ; WAMBACH, J. ; YOSOI, M. ; ZENIHIRO, J.: Pygmy dipole resonance in ^{208}Pb . In: *Physical Review C* 85 (2012), S. 41304.
- [36] SOLOVIEV, V.G.: *Theory of atomic nuclei: quasiparticles and phonons*. Bristol : Inst. of Phys. Publishing, 1992.

-
- [37] WALZ, C. ; FUJITA, H. ; KRUGMANN, A. ; VON NEUMANN-COSEL, P. ; PIETRALLA, N. ; PONOMAREV, V. Y. ; SCHEIKH-OBEID, A. ; WAMBACH, J.: Origin of Low-Energy Quadrupole Collectivity in Vibrational Nuclei. In: *Physical Review Letters* 106 (2011), S. 062501.
- [38] BERTULANI, C. A. ; PONOMAREV, V. Y.: Microscopic studies on two-phonon giant resonances. In: *Physics Reports* 321 (1999), S. 139 – 251.
- [39] PONOMAREV, V. Y.: *Parameter des Hauptfeldes für das QPM*. Persönliche Mitteilung, Jan 2014.
- [40] BARDEEN, J. ; COOPER, L. N. ; SCHRIEFFER, J. R.: Theory of Superconductivity. In: *Physical Review* 108 (1957), S. 1175–1204.
- [41] TAMII, A. ; ADACHI, T. ; CARTER, J. ; DOZONO, M. ; FUJITA, H. ; FUJITA, Y. ; HATANAKA, K. ; HASHIMOTO, H. ; KANEDA, T. ; ITOH, M. ; KAWABATA, T. ; MATSUBARA, H. ; NAKANISHI, K. ; VON NEUMANN-COSEL, P. ; OKAMURA, H. ; PEREZ, A. ; POLTORATSKA, I. ; PONOMAREV, V. ; POPESCU, L. ; RICHTER, A. ; RUBIO, B. ; SAKAGUCHI, H. ; SAKEMI, Y. ; SASAMOTO, Y. ; SHIMBARA, Y. ; SHIMIZU, Y. ; SMIT, F.D. ; TAMESHIGE, Y. ; YOSOI, M. ; ZENIHIRO, J. ; ZIMMER, K.: Study of $M1$ excitations by high-resolution proton inelastic scattering experiment at forward angles. In: *Nuclear Physics A* 788 (2007), S. 53 – 60.
- [42] POLTORATSKA, I.: *Complete dipole response in ^{208}Pb from high-resolution polarized proton scattering at 0°* . Deutschland, Technische Universität Darmstadt, Dissertation, 2011.
- [43] TANAKA, M. et al.: RCNP Annual Report. 1991 (215). – Forschungsbericht.
- [44] FUJIWARA, M. ; AKIMUNE, H. ; DAITO, I. ; FUJIMURA, H. ; FUJITA, Y. ; HATANAKA, K. ; IKEGAMI, H. ; KATAYAMA, I. ; NAGAYAMA, K. ; MATSUOKA, N. ; MORINOBU, S. ; NORO, T. ; YOSHIMURA, M. ; SAKAGUCHI, H. ; SAKEMI, Y. ; TAMII, A. ; YOSOI, M.: Magnetic spectrometer Grand Raiden. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* 422 (1999), S. 484 – 488.
- [45] MATSUOKA, N. ; HATANAKA, K. ; MORINOBU, S. ; NORO, T. ; OKIHANA, A. ; SAGARA, K.: RCNP Annual Report. 1991 (186). – Forschungsbericht.
- [46] MARTIN, D.: *Gamma Strength Function of ^{96}Mo : A Test of the Axel-Brink Hypothesis*. Deutschland, Technische Universität Darmstadt, Master-Thesis, 2013.
- [47] YOSOI, M. ; AKIMUNE, H. ; DAITO, I. ; FUJIWARA, M. ; HIRATA, S. ; INOMATA, T. ; KAMIGAITO, O. ; KAWABATA, M. ; NORO, T. ; SAKEMI, Y. ; TAKAHASHI, T. ; TAMII, A. ; TOYAMA, S. ; YAMAGOSHI, A. ; YOSHIMURA, M. ; SAKAGUCHI, H.: Proc. of the 11 th Intern. Symp. on High Energy Spin Phys. AIP Conf. Proc. 343 (1995), S. 157.
- [48] NORO, T. ; MIZUNO, Y. ; TOGAWA, H. ; HIRATA, S. ; MATSUOKA, N. ; KAMIGAITO, O. ; HIEI, F. ; SAKEMI, Y. ; AKIMUNE, H. ; TAKAHASHI, T.: RCNP Annual Report. 1990 (217). – Forschungsbericht.
- [49] TAMII, A. ; FUJITA, Y. ; MATSUBARA, H. ; ADACHI, T. ; CARTER, J. ; DOZONO, M. ; FUJITA, H. ; FUJITA, K. ; HASHIMOTO, H. ; HATANAKA, K. ; ITAHASHI, T. ; ITOH, M. ; KAWABATA, T. ; NAKANISHI, K. ; NINOMIYA, S. ; PEREZ-CERDAN, A.B. ; POPESCU, L. ; RUBIO, B. ; SAITO, T. ; SAKAGUCHI, H. ; SAKEMI, Y. ; SASAMOTO, Y. ; SHIMBARA, Y. ; SHIMIZU, Y. ; SMIT, F.D. ; TAMESHIGE, Y. ; YOSOI, M. ; ZENIHIRO, J.: Measurement of high energy resolution inelastic proton scattering at and close to zero degrees. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A* 605 (2009), S. 326 – 338.
- [50] BIRKHAN, J.: *Computerprogramm zur Multipolentfaltung*. Persönliche Mitteilung, 2013,2014.
- [51] JOHNSON, S. G. et al.: *NLOpt: open-source library for nonlinear optimization @ONLINE*. <http://ab-initio.mit.edu/wiki/index.php/NLOpt>. Version: 2013.

-
- [52] WEISE, K. ; WÖGER, W.: *Meßunsicherheiten und Meßdatenauswertung*. Weinheim : WILEY-VCH Verlag, 1999.
- [53] BIRKHAN, J.: *B(E1)-Stärke und Wirkungsquerschnitt für 1^- bei 0° aus der QPM und DWBA*. Persönliche Mitteilung, 2014.
- [54] SASANO, M. ; SAKAI, H. ; YAKO, K. ; WAKASA, T. ; ASAJI, S. ; FUJITA, K. ; FUJITA, Y. ; GREENFIELD, M. B. ; HAGIHARA, Y. ; HATANAKA, K. ; KAWABATA, T. ; KUBOKI, H. ; MAEDA, Y. ; OKAMURA, H. ; SAITO, T. ; SAKEMI, Y. ; SEKIGUCHI, K. ; SHIMIZU, Y. ; TAKAHASHI, Y. ; TAMESHIGE, Y. ; TAMII, A.: Gamow-Teller unit cross sections of the (p,n) reaction at 198 and 297 MeV on medium-heavy nuclei. In: *Physical Review C* 79 (2009), S. 024602.

Danksagung

Hiermit möchte ich mich bei allen Personen bedanken, die zum erfolgreichen Abschluss dieser Arbeit, sowie meines Bachelor-Studiums beigetragen haben.

Als erstes möchte ich mich bei Herrn Professor Dr. Peter von Neumann-Cosel dafür bedanken, dass er mir dieses interessante und aktuelle Thema als Inhalt meiner Bachelorarbeit ermöglichte. Er hat meine Arbeit stets mit großem Interesse verfolgt und stand bei Fragen immer zur Verfügung.

Mein besonderer Dank gilt meinem Betreuer Dipl.-Phys. Jonny Birkhan. Ohne seinen unermüdlichen Einsatz wäre die Fertigstellung dieser Arbeit in einem angemessenen Zeitraum nicht möglich gewesen. Trotz seines ohnehin schon großen Arbeitspensums nahm er sich immer wieder Zeit um mir bei Problemen und Fragen zu helfen. Weiter bin ich ihm sehr dankbar für die Bereitstellung seiner selbstgeschriebenen Computerprogramme, welche für die Auswertung notwendig und nützlich waren.

I also like to thank Professor Dr. Atsushi Tamii for the $^{48}\text{Ca}(p,p')$ -data and the helpfull discussion on his visit in February 2014.

In addition I am grateful to Dr. Vladimir Ponomarev for his explanation of the quasi particle phonon model.

Weiter möchte ich mich bei der Arbeitsgruppe, sowie meinen Büro-Kollegen aus Raum 22 bzw. 212 für die freundliche Aufnahme und nette Arbeitsatmosphäre bedanken. Sie gestalteten das Arbeiten deutlich angenehmer und abwechslungsreicher.

Auch möchte ich mich besonders bei den Korrekturlesern Andreas Krugmann M.Sc, Diana Jahn B.Sc, Alexander Hufnagel, Christian Ott und meinen Eltern bedanken. Die Korrekturen halfen beim Schreiben der Arbeit sehr und sorgten oft für neue Impulse.

Schließlich bedanke ich mich hiermit herzlich bei allen Personen, die mich seelisch und moralisch im Verlauf der Arbeit und meines Studiums unterstützt haben. Hierzu zählen besonders meine Eltern, welcher mir immer den Rücken frei gehalten haben und niemals an meinen Fähigkeiten gezweifelt haben. Weiter danke ich in besonderem Maße meinen Freunden und Kommilitonen. Ihr habt mit dem nötigen Spaß am Leben dafür gesorgt den Arbeitsstress zu überstehen. Gerade im Zeitraum der Bachelor-Thesis mussten hierfür einige Personen besondere Geduld mitbringen. Danke.

Die vorliegende Arbeit wurde durch die DFG im Rahmen des Sonderforschungsbereich 634 und durch das Projekt NE 679/3-1 gefördert.

Erklärung zur Bachelor-Thesis

Hiermit versichere ich, die vorliegende Bachelor-Thesis ohne Hilfe Dritter nur mit den angegebenen Quellen und Hilfsmitteln angefertigt zu haben. Alle Stellen, die aus Quellen entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Diese Arbeit hat in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner Prüfungsbehörde vorgelegen.

Darmstadt, den 26. März 2014

(M. Mathy)