

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DARMSTADT

Institut für Kernphysik

Untersuchung gemischtsymmetrischer Zustände in ⁹⁴Mo mit Hilfe von inelastischer Elektronenstreuung am S-DALINAC

Diplomarbeit

Manuela Kuhar

Mai 2005

"Die Natur, wie sie die QED beschreibt, erscheint dem gesunden Menschenverstand absurd. Aber diese Theorie stimmt vollkommen mit Experimenten überein. Also hoffe ich, dass Sie die Natur akzeptieren können wie sie ist - nämlich absurd." Richard Feynman

"Wenn die Menschen nur über das sprächen, was sie begreifen, dann wäre es sehr still auf der Welt." Albert Einstein

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden mittels hochauflösender inelastischer Elektronenstreuung Kernanregungen in ⁹⁴Mo bis zu einer Anregungsenergie von ca. 4 MeV untersucht. Diese Experimente wurden am LINTOTT-Spektrometer am supraleitenden Darmstädter Elektronenbeschleuniger S-DALINAC durchgeführt. Hierzu wurden vier Spektren bei einer Einschussenergie von $E_0 = 70$ MeV unter den Streuwinkeln $\theta =$ 93°, 117°, 141° und 165° aufgenommen. Das Ziel dieser Experimente war die Untersuchung symmetrischer und gemischtsymmetrischer Ein- und Zweiphonon-Zustände in ⁹⁴Mo. Hierbei sollte der isovektorielle Charakter und die Reinheit gemischtsymmetrischer Zustände studiert werden. In dieser Arbeit erfolgt ein Vergleich der experimentellen Übergangsformfaktoren mit Ergebnissen aus Rechnungen mit Hilfe des Quasiteilchen-Phonon-Modells (QPM). Das QPM liefert eine gute Beschreibung beider Einphonon-Zustände, was den gemischtsymmetrischen Charakter der dritten 2⁺ Anregung bestätigt. Die symmetrische Zweiphonon-Anregung wird besser durch eine reine Zweiphonon-Wellenfunktion wiedergegeben als durch eine volle Rechnung mit allen Beimischungen. Der gemischtsymmetrische Zweiphonon-Zustand wird durch die volle Rechnung gut beschrieben. Es werden geringe Einphonon-Beimischungen vorhergesagt, sowie substantielle Dreiphonon-Anteile (ca. 17%), was mit Elektronenstreuexperimenten aber nicht überprüft werden kann. Zusätzlich werden weitere Daten zu E2-, E3- und E4-Übergängen in ⁹⁴Mo vorgestellt und diskutiert.

Inhaltsverzeichnis

1	Ein	leitung	1			
2	Theoretische Grundlagen					
	2.1	Elektronenstreuung	4			
	2.2	Modell wechselwirkender Bosonen (IBM)	6			
	2.3	Quasiteilchen-Phonon-Modell (QPM) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	9			
3	Exp	periment	13			
	3.1	S-DALINAC	13			
	3.2	LINTOTT-Spektrometer	14			
	3.3	Durchführung der Messungen	16			
4	Auswertung					
	4.1	Rekonstruktion der Spektren	18			
	4.2	Diskussion der Spektren	20			
	4.3	Bestimmung der experimentellen Wirkungsquerschnitte, Formfaktoren und				
		Übergangsstärken	24			
	4.4	Fehlerdiskussion	25			
5	Dis	kussion der Formfaktoren und Übergangsstärken	26			
	5.1	Anregung von 2^+ Zuständen	26			
	5.2	Anregung von 3^- Zuständen	32			
	5.3	Anregung von 4^+ Zuständen	33			
	5.4	Weitere Übergänge	34			
	5.5	Elastische Streuung	36			
6	Sch	lussbemerkung	37			

1 Einleitung

Das Niederenergiespektrum von Kernen mit gerader Protonen- und Neutronenzahl (gg-Kerne) kann in vielen Aspekten durch einfache kollektive Anregungsmoden beschrieben werden [1]. Für die Korrelationen in der Nukleonenbewegung ist größtenteils die langreichweitige Quadrupolkomponente der Kernkraft verantwortlich. In sphärischen Kernen mit wenigen Valenznukleonen treten vorwiegend Oberflächenvibrationen auf, die als Bosonen beschrieben werden können, sogenannte Phononen. Das Anregungsspektrum eines Vibrationskerns ist im Idealfall das eines harmonischen Oszillators und besteht aus äquidistanten Niveaus mit dem Abstand $\hbar\omega$, wobei mehrere Phononen zu Zuständen mit verschiedenen Drehimpulsen und Paritäten koppeln können. Je mehr Valenznukleonen ein Kern hat, desto leichter deformierbar wird er, und desto kleiner wird die Anregungsenergie der Vibrationen. Wird die Anzahl der Valenznukleonen weiter vergrößert, wird der kugelförmige Zustand instabil, und es tritt ein elliptisch deformierter Gleichgewichtszustand des Kerns ein. Die Vibrationsformen eines deformierten Kerns kann man ungefähr einteilen in Schwingungen des Deformationsparameters β (β -Vibrationen) und Schwingungen des Formparameters γ (γ -Vibrationen). Weiterhin können deformierte Kerne als Ganzes rotieren. Neben den erwähnten kollektiven Kernanregungsmoden gibt es noch zahlreiche andere. Von besonderer Bedeutung ist die Scherenmode [2–4], eine magnetische Dipolanregung, bei der Protonen und Neutronen gegeneinander schwingen. Sie liegt praktisch unabhängig vom Kern immer bei einer Anregungsenergie von ca. 3 MeV, was sich dadurch erklären lässt, dass es sich nur um eine Anregung der Valenznukleonen handelt, wobei der Rumpf aus abgeschlossenen Schalen nicht an der Anregung teilnimmt.

Das Modell wechselwirkender Bosonen (IBM) ist eine ergänzende Beschreibung und gleichzeitige Alternative zum Kollektivmodell und erlaubt eine erfolgreiche Beschreibung des Niederenergiespektrums von vielen Kernen [5]. Die Weiterentwicklung des IBM [6,7] unterscheidet zwischen Proton- und Neutron-Bosonen, was die Beschreibung verbessert, da der Proton-Neutron-Freiheitsgrad eine wichtige Rolle bei der Entstehung von Kollektivität spielt [8, 9]. Zur Klassifikation der Zustände wird im IBM-2 eine neue Quantenzahl Fin Analogie zum Isospin definiert. Der F-Spin beschreibt den Symmetriecharakter der Wellenfunktion eines Zustandes bezüglich des Austausches von Proton- und Neutron-Bosonen. Neben symmetrischen Zuständen mit $F = F_{max}$ sagt das IBM-2 auch gemischtsymmetrische Zustände mit $F < F_{max}$ voraus (mixed-symmetry states). Diese entsprechen im Schalenmodell isoskalaren bzw. isovektoriellen Anregungen. Die Identifikation von gemischtsymmetrischen Zuständen ist von besonderem Interesse, da die Kenntnis ihrer Eigenschaften hilft, die Auswirkungen des Proton-Neutron-Freiheitsgrades in Kernen zu verstehen.

Gemischtsymmetrische Einphonon-Übergänge wurden experimentell mehrfach nachgewie-

sen, durch ihr kleines E2/M1-Mischungsverhältnis [10,11], sowie mit Hilfe von Hadronenstreuung [12], Elektronenstreuung [13,14] und β -Zerfallsexperimenten [15]. Der gemischtsymmetrische Charakter von Übergängen lässt sich besonders gut durch die Messung der Lebensdauer zeigen, wenn man die M1-Übergangsstärke zum niedrigsten 2⁺ Zustand bestimmen kann [16–20].

Das Q-Phononenschema [21–25] verdeutlicht innerhalb des IBM-2 experimentelle Signaturen für gemischtsymmetrische Zustände. Unter Voraussetzung einer hinreichend großen Anzahl von Valenzbosonen legt es die Existenz von Multipletts von symmetrischen und gemischtsymmetrischen Zweiphonon-Anregungen nahe. Die symmetrischen Zustände sind experimentell wohletabliert. In den letzten Jahren wurden Kandidaten für fast alle gemischtsymmetrischen Zweiphonon-Anregungen in ⁹⁴Mo identifiziert [26–29]. Der 1⁺ Zustand des Zweiphonon-Multipletts kann hierbei als Scherenmode in einem schwach deformierten Kern interpretiert werden.

Bei ⁹⁴Mo handelt es sich um einen schwach deformierten Kern mit nur 6 Valenznukleonen. Das Spektrum dieses Kerns ist bis zu einer Anregungsenergie von etwa 3 MeV vollständig bekannt [30]. Weiterhin kann man in diesem Kern die Scherenmode gut beobachten, da sie in schwach deformierten Vibrationskernen nur wenig fragmentiert. Da ⁹⁴Mo ein besonders gut untersuchtes Beispiel für die Existenz von Ein- und Zweiphonon-Zuständen gemischter Symmetrie ist, wurde dieser Kern für weiterführende Experimente ausgewählt. Im Rahmen einer Forschungskollaboration der TU Darmstadt mit südafrikanischen Gruppen der Universitäten Witwatersrand und Kapstadt und des iThemba LABS sowie mit der Universität Köln wurden Elektronen- und Protonenstreu
experimente an $^{94}\mathrm{Mo}$ durchgeführt. Mit der Kombination der beiden Messmethoden können Modelle für die effektive Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung in Kernen überprüft werden, sowie detaillierte Informationen über die Kernwellenfunktionen und die Reinheit der gemischtsymmetrischen Zustände gewonnen werden. Ein wichtiges Ziel des Forschungsprojektes besteht im Test des isovektoriellen Charakters der gemischtsymmetrischen Einphonon-Anregung. Eine weitere wichtige Aufgabe ist die Untersuchung der Reinheit der gemischtsymmetrischen Zweiphonon-Anregungen. Dies ist möglich, da bei Elektronen- und Protonenstreuung hauptsächlich die Einphonon-Komponente der Wellenfunktion angeregt wird. Über die Ergebnisse der Protonenstreuexperimente wird in [31] berichtet.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden im Teilprojekt A2 des SFB634 die Elektronenstreuexperimente an ⁹⁴Mo am S-DALINAC an der TU Darmstadt durchgeführt und ausgewertet. Elektronenstreuung ist eine effektive Methode zur Untersuchung der Kernstruktur. Die elektromagnetische Wechselwirkung ist gut bekannt und schwach genug für eine störungstheoretische Beschreibung. Trotzdem sind die Wirkungsquerschnitte ausreichend groß, um sie experimentell nachweisen zu können. Im Unterschied zur Photonenstreuung (γ, γ') oder Lebensdauermessungen ist es möglich, die Anregungsstärke in Abhängigkeit vom Impulsübertrag q, d.h. den Übergangsformfaktor, zu messen. Durch den Vergleich von theoretischen und experimentellen Übergangsformfaktoren kann man die Struktur von angeregten Zuständen aufklären.

Die Ergebnisse der Elektronenstreuexperimente wurden im Rahmen dieser Arbeit mit Voraussagen des Quasiteilchen-Phonon-Modells (QPM) verglichen. Das QPM [32,33] basiert auf der RPA (Random Phase Approximation) und ist sehr erfolgreich bei der Beschreibung von kollektiven Anregungen in schweren Kernen. Das Schalenmodell erlaubt zwar innerhalb eines begrenzten Modellraums eine exakte Berücksichtigung aller Korrelationen, stößt aber bei wachsender Anzahl der Valenznukleonen schnell an seine Grenzen, da der Rechenaufwand überproportional steigt.

In Kapitel 2 dieser Arbeit wird eine kurze Einführung in die Grundlagen der Elektronenstreuung gegeben. In Kapitel 3 wird der experimentelle Aufbau und die Durchführung der Elektronenstreuexperimente am 169°-Spektrometer an der TU Darmstadt erläutert. In Kapitel 4 wird die Rekonstruktion der Spektren und die Bestimmung der experimentellen Formfaktoren und Übergangsstärken beschrieben, und in Kapitel 5 werden diese experimentellen Daten im Rahmen von QPM-Rechnungen vorgestellt und diskutiert.

2 Theoretische Grundlagen

2.1 Elektronenstreuung

In diesem Kapitel werden die für diese Arbeit benötigten Grundlagen der Elektronenstreuung zusammengefasst. Ausführlichere Darstellungen sind u.a. in [34–37] zu finden. Elektronen mit einer Einschussenergie E_0 werden an einem ruhenden Targetkern (in unserem Fall ⁹⁴Mo) in einen Winkel θ gestreut, geben Energie an den Kern ab und werden im Detektor mit der Energie E_e nachgewiesen. Die auf den Targetkern übertragene Energie teilt sich in Rückstoßenergie E_R und Anregungsenergie E_x auf (s. Abb. 2.1).



Abbildung 2.1: Inelastische Elektronenstreuung, schematische Darstellung. Es gilt $E_e = E_0 - E_x - E_R$.

Der Wirkungsquerschnitt für die Anregung verschiedener Kernzustände durch Elektronenstreuung kann in Abhängigkeit vom Impulsübertrag gemessen werden. Der Impulsübertrag q ist als Funktion des Streuwinkels und der Einschussenergie wie folgt gegeben

$$q = \frac{1}{\hbar c} \sqrt{2E_0(E_0 - E_x)(1 - \cos\theta) + E_x^2} .$$
 (2.1)

Die effektive Energie des Elektrons ist wegen der Coulombanziehung bei der Streuung größer als seine Energie im Massenschwerpunktsystem, was zu einem entsprechenden Zuwachs des Impulsübertrags führt

$$q_{eff} = q \left(1 + \frac{3}{2} \frac{Ze^2}{\hbar c E_0 R_{eq}} \right) .$$

$$(2.2)$$

Hierbei ist R_{eq} der Radius einer homogen geladenen Kugel: $R_{eq} = 1.12 \ A^{1/3}$ fm. Unter der elektromagnetischen Wechselwirkung sind Drehimpuls und Parität des Gesamtsystems erhalten. Bei gegebenen Drehimpulsen J und Paritäten π ergeben sich für die Multipolordnung λ des Überganges folgende Auswahlregeln für den Übergang vom Anfangszustand $|\Psi_i\rangle$ zum Endzustand $|\Psi_f\rangle$

$$|J_i - J_f| \le \lambda \le J_i + J_f .$$
(2.3)

Für die Parität gilt

$$\pi_i \pi_f = (-1)^{\lambda}$$
 für elektrische Übergänge und (2.4)

$$\pi_i \pi_f = (-1)^{\lambda+1}$$
 für magnetische Übergänge. (2.5)

Für leichte Kerne kann die Wellenfunktion des einlaufenden und gestreuten Elektrons durch ebene Wellen angenähert werden (Plane Wave Born Approximation, PWBA). Der differentielle Wirkungsquerschnitt lässt sich in der PWBA als Summe der erlaubten Multipole $E\lambda$ und $M\lambda$ darstellen

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \sum_{\lambda} \left[\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{E\lambda} + \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{M\lambda} \right] \,. \tag{2.6}$$

Bei der Elektronenstreuung werden Zustände vom Grundzustand aus angeregt, welcher bei ⁹⁴Mo und anderen gg-Kernen Drehimpuls und Parität $J^{\pi} = 0^+$ hat. Damit kann man den Wirkungsquerschnitt für einen elektrischen Übergang darstellen als

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{E\lambda} = \left(\frac{Ze^2}{E_0}\right)^2 f_{rec} \left[V_L \cdot \left|F(C\lambda, q)\right|^2 + V_T \cdot \left|F(E\lambda, q)\right|^2\right].$$
(2.7)

Für magnetische Übergänge gilt

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{M\lambda} = \left(\frac{Ze^2}{E_0}\right)^2 f_{rec} \left[V_T \cdot |F(M\lambda, q)|^2\right].$$
(2.8)

Hier ist $f_{rec} = \left(1 + \frac{2E_0 \sin(\theta/2)}{Mc^2}\right)^{-1}$ der Rückstoßfaktor. Die Größen V_L und V_T sind longitudinale bzw. transversale kinematische Faktoren. Bei $\theta = 180^{\circ}$ hat V_L ein ausgeprägtes Minimum, so dass bei sehr großen Streuwinkeln transversale Kernanregungen überwiegen. Die Funktionen $|F(C\lambda, q)|^2$, $|F(E\lambda, q)|^2$ und $|F(M\lambda, q)|^2$ sind Übergangsformfaktoren. Im Folgenden werden diese der Einfachheit halber Formfaktoren genannt. Sie enthalten die gesamte Kernstrukturinformation. Insbesondere beschreiben sie den Unterschied zwischen der Streuung an einem Punktteilchen und derjenigen an einem ausgedehnten Kern. Bei kollektiven Anregungen ist der transversale Anteil des Formfaktors sehr klein und wurde deswegen in den Rechnungen für diese Arbeit vernachlässigt.

In der PWBA ist der Formfaktor die Fouriertransformierte der Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$. Im kugelsymmetrischen Fall gilt dann

$$F(q) = \int e^{iqr/\hbar} \rho(r) d^3r . \qquad (2.9)$$

Bei schwereren Kernen wie ⁹⁴Mo muss man aber die Störung der Elektronenwellenfunktion im Coulombfeld berücksichtigen. Dies kann man u.a. mit Hilfe der Distorted Wave Born Approximation (DWBA) beschreiben, die in dieser Arbeit für die Berechnung der theoretischen Formfaktoren verwendet wurde. Die Ladungsdichte kann durch eine 3-Parameter-Fermiverteilung mit den Parametern c, z und w angenähert werden

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{1 + w \frac{r^2}{c^2}}{1 + e^{\frac{r-c}{z}}} .$$
(2.10)

Die Wellenfunktionen der Zustände wurden mit Hilfe des QPM berechnet, das in Kapitel 2.3 beschrieben wird.

Um die Anregungsstärken von verschiedenen Zuständen miteinander vergleichen zu können, wird die reduzierte Übergangsstärke $B(X\lambda)$

$$B(X\lambda,q) \uparrow = \frac{1}{2J_i+1} |\langle \psi_f | \hat{M}^{X\lambda}(q) | \psi_i \rangle|^2 .$$
(2.11)

mit X = C (Coulomb), E (elektrisch) oder M (magnetisch) eingeführt. Hierbei steht $\hat{M}^{X\lambda}$ für die Multipoloperatoren, nach denen sich der Hamiltonoperator entwickeln lässt. Die Zerfallsbreite zum Grundzustand Γ_0 ist proportional zur reduzierten Übergangsstärke

$$\Gamma_0 = 8\pi \sum_{X\lambda=1}^{\infty} \frac{(\lambda+1) \cdot (E_x/\hbar c)^{2\lambda+1}}{\lambda [(2\lambda+1)!!]^2} \cdot \frac{2J_0+1}{2J+1} \cdot B(X\lambda, E_x) \uparrow .$$
(2.12)

Die Größe τ ist die Lebensdauer des Zustandes, und g ist der statistische Faktor, um den sich $B(X\lambda) \downarrow = B(X\lambda; J \to J_0)$ und $B(X\lambda) \uparrow = B(X\lambda; J_0 \to J)$ unterscheiden

$$B(X\lambda) \uparrow = g \cdot B(X\lambda) \downarrow \quad \text{mit} \quad g = \frac{2J+1}{2J_0+1} .$$
 (2.13)

2.2 Modell wechselwirkender Bosonen (IBM)

In diesem Kapitel wird das Modell wechselwirkender Bosonen vorgestellt, mit dessen Hilfe viele kollektive Phänomene in Kernen beschrieben werden können. In seiner ursprünglichen Form wurde das IBM von Iachello und Arima formuliert [5]. Die Grundannahme des Modells ist, dass Valenznukleonen zu Paaren mit $J^{\pi} = 0^+$ oder 2^+ koppeln (s- oder d-Bosonen), welche sich näherungsweise wie Bosonen verhalten. Beiträge von Nukleonen aus tieferliegenden Schalen werden als vernachlässigbar angenommen. Die einfachste Version dieses Kernmodells, das IBM-1, unterscheidet nicht zwischen Proton- und Neutron-Bosonen und ist daher nur zur Untersuchung von Proton-Neutron-symmetrischen Zuständen geeignet. Selbst mit dieser Vereinfachung lassen sich jedoch viele niedrigliegende Kernanregungen gut beschreiben. Das IBM-2, eine Erweiterung des Modells [6], berücksichtigt den Proton-Neutron-Freiheitsgrad.

Zur Klassifikation von Zuständen im IBM-2 wird der F-Spin in Analogie zum Isospin eingeführt. Im Isospin-Formalismus werden Proton und Neutron als verschiedene Zustände des Nukleons mit Isospin 1/2 definiert. Entsprechend kann man Proton- und Neutron-Bosonen (π bzw. ν) als zwei Zustände des Bosons mit *F*-Spin 1/2 definieren. Seine *z*-Komponente F_0 ist für Proton-Bosonen positiv und für Neutron-Bosonen negativ

$$F_0(\pi) = \frac{1}{2}$$
, $F_0(\nu) = -\frac{1}{2}$. (2.14)

Die Projektion F_0 kann aus der Anzahl von Proton- und Neutron-Bosonen $(N_{\pi}$ bzw. $N_{\nu})$ berechnet werden

$$F_0 = \frac{1}{2}(N_\pi - N_\nu) \ . \tag{2.15}$$

Es gilt

$$\frac{1}{2}|N_{\pi} - N_{\nu}| \le F \le \frac{1}{2}(N_{\pi} + N_{\nu}) = F_{max} .$$
(2.16)

Zustände maximalen F-Spins ($F = F_{max}$), aber verschiedener Projektion F_0 , sind symmetrisch bezüglich der Vertauschung von Proton- und Neutron-Bosonen. Zustände nicht maximalen F-Spins ($F < F_{max}$) bezeichnet man als gemischtsymmetrische Zustände. Diese entsprechen im Schalenmodell isovektoriellen Zuständen. Hierbei sind experimentell bisher nur Zustände mit $F = F_{max} - 1$ zugänglich. Die Untersuchung von Zuständen gemischter Symmetrie ist von besonderem Interesse, da sie ein vertieftes Verständnis des Proton-Neutron-Freiheitsgrades in schweren Kernen liefern. Ein Beispiel für einen gemischtsymmetrischen Zustand ist die Scherenmode, eine magnetische Dipolanregung bei niedrigen Energien, die in deformierten Kernen besonders ausgeprägt ist. Sie wurde am alten Linearbeschleuniger DALINAC an der TU Darmstadt entdeckt [2].

2.2.1 *Q*-Phononen Schema

Um die experimentellen Signaturen für gemischtsymmetrische Zustände innerhalb des IBM zu verdeutlichen, soll hier das Q-Phononen Schema [21–25] eingeführt werden (s. Abb. 2.2). Die Anregung niedrigliegender Zustände wird in diesem Schema durch Protonen- und Neutronen-Quadrupoloperatoren \hat{Q}_{π} und \hat{Q}_{ν} bewirkt. Man kann diese beiden Anregungen symmetrisch koppeln

$$\hat{Q}_S = \hat{Q}_\pi + \hat{Q}_\nu$$
 (2.17)

oder antisymmetrisch

$$\hat{Q}_{MS} = \frac{N}{2} \left(\frac{\hat{Q}_{\pi}}{N_{\pi}} - \frac{\hat{Q}_{\nu}}{N_{\nu}} \right) \quad \text{mit} \quad N = N_{\pi} + N_{\nu} .$$
 (2.18)

Die Normierung von Gl. (2.18) ergibt sich aus der Orthogonalitätsbedingung zu Gl. (2.17). Durch die Anwendung des symmetrischen Operators erhält man den ersten 2⁺ Zustand, also die isoskalare Quadrupol-Anregung



Abbildung 2.2: *Q*-Phononen Struktur der niedrigliegenden Zustände in einem Vibrationskern. Es existiert jeweils ein symmetrischer und ein gemischtsymmetrischer Einphonon-Zustand. Wenn man zwei symmetrische *Q*-Phononen koppelt, erhält man ein Triplett von symmetrischen Zweiphonon-Zuständen, und bei der Kopplung eines symmetrischen und eines antisymmetrischen *Q*-Phonons ergibt sich ein Quintuplett von gemischtsymmetrischen Zweiphonon-Zuständen.

$$|2_1^+\rangle \propto \hat{Q}_S |0_1^+\rangle \ . \tag{2.19}$$

Mit dem antisymmetrischen Operator entsteht die fundamentale Anregung gemischter Symmetrie, was im Schalenmodell einer isovektoriellen Anregung der Valenznukleonen entspricht

$$|2^+_{MS}\rangle \propto \hat{Q}_{MS}|0^+_1\rangle . \tag{2.20}$$

Bei der Kopplung des symmetrischen Q-Phonons \hat{Q}_S an das antisymmetrische Q-Phonon \hat{Q}_{MS} erwartet man ein vollständiges Multiplett von gemischtsymmetrischen Zuständen mit Spin und Parität $J^{\pi} = 0^+ \dots 4^+$

$$|J_{MS}^{+}\rangle \propto (\hat{Q}_{S}\hat{Q}_{MS})^{(J)}|0_{1}^{+}\rangle$$
 (2.21)

Die Zustände mit $J^{\pi} = 1^+, 2^+$ und 3^+ wurden in ⁹⁴Mo bereits identifiziert, wobei derjenige mit $J^{\pi} = 1^+$ der Scherenmode in einem Vibratorkern entspricht. Aus der Vernichtung des symmetrischen Q-Phonons resultieren starke E2-Übergänge (analog zu Vibrationsphononen). Schwache E2-Übergänge treten bei der Vernichtung eines antisymmetrischen Q-Phonons auf. Weiterhin sagt das IBM-2 starke M1-Übergänge zwischen gemischtsymmetrischen und symmetrischen Zuständen voraus. Diese sind eine generelle Eigenschaft des Proton-Neutron-Freiheitsgrades und sind also Signaturen für die experimentelle Identifikation von gemischtsymmetrischen Zuständen.

Das *Q*-Phononenschema beschreibt elementare Phononen und ihre Kopplung. Dabei werden andere Freiheitsgrade vernachlässigt, wie z.B. Teilchen-Loch-Anregungen. Eine vereinheitlichte Beschreibung erfordert ein mikroskopisches Modell. Im Rahmen dieser Arbeit wird hierzu das Quasiteilchen-Phonon-Modell verwendet, das im folgenden kurz beschrieben wird.

2.3 Quasiteilchen-Phonon-Modell (QPM)

Das QPM [32, 33] liefert eine erfolgreiche mikroskopische Beschreibung der Struktur von komplexen Kernen bei niedrigen und mittleren Anregungsenergien. Das Modell basiert auf der RPA (Random Phase Approximation), welche kollektive und nichtkollektive Phononen (Teilchen-Loch-Anregungen) in einer vereinheitlichten Beschreibung zusammenfasst. Das Modell berücksichtigt auch Multiphonon-Anregungen. Im Rahmen dieser Arbeit wurden die theoretischen Formfaktoren und Übergangsstärken mit Hilfe des QPM berechnet [38]. In [39] wurden bereits QPM-Rechnungen für ⁹⁴Mo durchgeführt, jedoch wurde für diese Arbeit die Teilchen-Teilchen-Restwechselwirkung vernachlässigt, sowie andere kleinere Modifikationen vorgenommen. Die für diese Arbeit verwendete sphärische QPM ist insbesondere bei sphärischen Kernen mit wenigen Valenznukleonen sehr erfolgreich. Das Kontinuum oberhalb des Kernpotentials wird diskretisiert, was die Genauigkeit der Rechnung bei hohen Anregungsenergien begrenzt. Da die untersuchten Zustände in diesem Experiment aber weit unterhalb der Schwelle liegen, sind die Effekte vernachlässigbar klein. Die bei den QPM-Rechnungen verwendete Restwechselwirkung hat zwei gekoppelte Parameter, die so angepasst wurden, dass die Anregungsenergien und Übergangsstärken der Zustände mit $J^{\pi} = 2^{+}_{1}$ und 3^{-}_{1} möglichst gut beschrieben werden. Die Anregungsenergien beider Zustände sowie die Stärke des E3-Übergangs werden dementsprechend gut wiedergegeben (s. Abb. 2.3), während die vorhergesagte Stärke des E2-Übergangs unter dem bisher gemessenen Wert liegt (s. Abb. 2.4).

2.3.1 Vorhersagen des QPM für ⁹⁴Mo

Im Folgenden werden zur Motivation dieser Arbeit einige Voraussagen der QPM zusammengefasst. Für diese Arbeit sind besonders niedrigliegende 2^+ Zustände von Interesse, nämlich die gemischtsymmetrischen Ein- und Zweiphonon-Zustände $(2^+_3 \text{ und } 2^+_5)$ sowie die

symmetrischen Zustände $(2_1^+ \text{ und } 2_2^+)$, die vom IBM vorhergesagt werden. Grundsätzlich wurden bei den QPM-Rechnungen alle Ein- bis Dreiphonon-Beimischungen in Betracht gezogen. Bei den eben erwähnten Zuständen wurde zusätzlich zum Vergleich eine Rechnung durchgeführt, bei der von einem reinen Ein- oder Zweiphonon-Zustand ausgegangen wurde, wie vom IBM beschrieben.

In Abb. 2.3 sind einige mit dem QPM berechneten Anregungsenergien im Vergleich zu bereits gemessenen Werten [30] dargestellt. Das Schema zeigt, dass alle experimentell nachgewiesenen Anregungen mit $J^{\pi} = 2^+, 3^-$ und 4^+ bis ca. 4 MeV komplett wiedergegeben werden. Ab einer Anregungsenergie von ca. 3 MeV werden einige E3- und E4-Übergänge vorhergesagt, die bisher nicht experimentell identifiziert wurden. Bei den im Rahmen die-



Abbildung 2.3: Theoretische [38] und experimentelle [30] Anregungsenergien für Zustände mit $J^{\pi} = 2^+, 3^-$ und 4^+ in ⁹⁴Mo. Die gemischtsymmetrischen Ein- und Zweiphonon-Zustände sind mit dicken Linien gekennzeichnet, und die symmetrischen Ein- und Zweiphonon-Zustände mit dicken gestrichelten Linien. Die Zweiphonon-Zustände liegen jeweils energetisch höher. Die Zuordnung zwischen theoretischen und experimentellen Anregungsenergien ist mit gestrichelten Linien angedeutet.

ser Arbeit gemessenen und diskutierten Übergängen ist eine direkte Zuordnung zwischen experimentellen und theoretischen Niveaus möglich, was in der Grafik durch gestrichelte Linien angedeutet ist.

In Abb. 2.4 sind die theoretischen Übergangsstärken der ersten 2^+ Zustände in 94 Mo im Vergleich zu bereits gemessenen Werten [30] gezeigt. Wegen der Parameteranpassung bei der QPM-Rechnung werden die Anregungsenergien der ersten E2- und E3-Übergänge sehr gut wiedergegeben, jedoch ist die vorhergesagte Übergangsstärke für den ersten 2^+ Zustand viel niedriger als der bisher bekannte Wert. Eine ausführlichere Diskussion erfolgt in Kap. 5.1.6.

In Tabelle 2.1 sind schließlich die berechneten Wellenfunktionen von vier niedrigliegenden *E*2-Anregungen angegeben, d.h. die Anteile verschiedener Konfigurationen an der Gesamtstärke des Übergangs. Der symmetrische Einphonon-Zustand $(J^{\pi} = 2_1^+)$ wird ebenso wie der gemischtsymmetrische $(J^{\pi} = 2_3^+)$ als sehr reiner Einphonon-Zustand beschrieben. Der symmetrische Zweiphonon-Zustand $(J^{\pi} = 2_2^+)$ hat laut der Voraussage des QPM ca. 23% Einphonon-Beimischungen. Der gemischtsymmetrische Zweiphonon-Zustand $(J^{\pi} = 2_3^+)$ enthält laut der Voraussage geringe Einphonon-Beimischungen (ca. 5%) sowie einen signifikanten Dreiphonon-Anteil (ca. 17%), was sich in dieser Arbeit aber nicht experimentell überprüfen ließ.



Abbildung 2.4: : Übergangsstärken $B(E2) \uparrow \text{von } 2^+$ Zuständen in ⁹⁴Mo. Die experimentellen Daten sind aus [30] entnommen.

Tabelle 2.1: Wellenfunktionen niedrigliegender E2-Übergänge. Die Anteile verschiedener Basiszustände sind als Quadrat der Amplitude der Wellenfunktion angegeben. In dieser Tabelle steht J_n^{π} jeweils für den n-ten Einphonon-Zustand.

Commetnization Finnhanen Zustand				
Konfiguration Antoil in 97				
	Anten III /0			
2_{1}^{-1}	88.73			
$[2_1 \times 2_1]$	1.55			
$[2_1' \times 4_1']$	4.31			
$\begin{bmatrix} 2_1 & \times & 4_2 \end{bmatrix}$	1.81			
Alle 3-Phononen Konfig.	0.77			
Symmetrischer Zweiphone	on-Zustand			
Konfiguration	Anteil in %			
2^+_3	19.42			
2_{5}^{+}	1.44			
2^+_7	1.38			
2_{17}^{+}	1.00			
$[2^+_1 \times 2^+_1]$	67.51			
$[2^+_1 \times 4^+_1]$	4.29			
Alle 3-Phononen Konfig.	1.36			
Gemischtsymmetrischer Einphonon-Zustand				
Konfiguration	Anteil in %			
$\frac{-2}{2^{+}_{2}}$	87.15			
$[2^{+}_{1} \times 2^{+}_{2}]$	3.1			
$[2^+_1 \times 4^+_2]$	2.76			
$[3_1^- \times 3_1^-]$	2.15			
Alle 3-Phononen Konfig.	0.75			
Gemischtsymmetrischer Zweiphonon-Zustand				
Konfiguration	Anteil in %			
2 ⁺	2.60			
$\frac{22}{2^+}$	1.61			
$[2^+ \times 2^+]$	75.81			
$\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$	1 99			
$\begin{bmatrix} 4_1 & 4_2 \end{bmatrix}$	1.44			
Alle 3-Phononen Konfig.	10.82			

3 Experiment

3.1 S-DALINAC

Seit 1987 gibt es am Institut für Kernphysik der TU Darmstadt einen supraleitenden Elektronenlinearbeschleuniger mit zweifacher Rezirkulation [40]. Der S-DALINAC hat eine Betriebsfrequenz von 3 GHz und liefert eine maximale Elektronenenergie von 120 MeV bei einem Maximalstrom von 20 μA .

Abbildung 3.1 zeigt einen Grundriss des S-DALINAC mit seinen Experimentierplätzen an der TU Darmstadt. Oben links im Bild ist der supraleitende Linearbeschleuniger und seine Komponenten zu erkennen. Mit dem Injektor werden die Elektronen auf max. 10 MeV vorbeschleunigt. Darauf folgt bei (1) der erste Experimentierplatz für Kernresonanzfluoreszenzexperimente. Die Elektronen aus dem Injektor können auch weiter in den Hauptbeschleuniger geleitet werden, der die Energie der Elektronen bei jedem Durchlauf um bis zu 40 MeV erhöht. In der ersten Rezirkulation ist der Freie-Elektronen-Laser zu erkennen (2). Alternativ können die Elektronen zu verschiedenen Experimentierplätzen in der Experimentierhalle gelenkt werden. Weiterhin gibt es einen Aufbau für Hochenergie-Channeling-Experimente sowie Experimente mit parametrischer Röntgenstrahlung (3). Danach folgt ein Aufbau für Comptonstreuung am Nukleon (4). Schließlich stehen zwei Magnetspektrometer zur Verfügung, das QCLAM- (5) und das LINTOTT-Spektrometer (6). Ersteres wird für (e,e'x)- und 180°-Streuexperimente genutzt. Letzteres wurde für



Abbildung 3.1: Der S-DALINAC mit den Experimentierplätzen: (1) Niederenergie-Channeling (LEC), Parametrische Röntgenstrahlung (PXR) und Kernresonanzfluoreszenz (γ, γ') ; (2) Freie-Elektronen-Laser; (3) Hochenergie-Channeling (HEC) und PXR; (4) Comptonstreuung am Nukleon; (5) QCLAM-Spektrometer mit Bypass-System für Streuexperimente unter 180°; (6) LINTOTT-Spektrometer; (7) Optisches Labor des Freie-Elektronen-Lasers.

diese Arbeit verwendet und wird im nächsten Abschnitt beschrieben. Bei (7) befindet sich das optische Labor des Freie-Elektronen-Lasers.

3.2 LINTOTT-Spektrometer

Das LINTOTT-Spektrometer wird in Abb. 3.2 gezeigt. Eine genaue Beschreibung der Strahlführung und des Messsystems findet sich in [41]. Die Elektronen werden mit der Einschussenergie E_0 durch die Strahlführung des Beschleunigers zur Streukammer geleitet, in dem sich das Target befindet. Die am Target in den Raumwinkelbereich $\Delta\Omega$ gestreuten Elektronen bewegen sich im Spektrometer durch ein Magnetfeld, dessen Feldvektor senkrecht zur Bewegungsrichtung der Elektronen orientiert ist. Die restlichen Elektronen werden im Faraday-Cup gesammelt. Die Krümmung der Flugbahn der Elektronen im Spektrometer ist direkt von ihrem Impuls p_e abhängig. Je nach Impuls landen die Elektronen also an einem anderen Ort auf dem positionsempfindlichen Detektor. Der Ablenkwinkel beträgt 169.7° und die Verkippung der Fokalebene gegen die Sollbahn 35°. Dadurch werden Abbildungsfehler minimiert [42]. Die wichtigsten Parameter des Spektrometers sind in Tab. 3.1 zusammengefasst.

In jüngster Zeit wurde für die Ortsbestimmung in der Fokalebene ein Silizium-Mikrostreifendetektor entwickelt [41]. Bei Mikrostreifendetektoren sind viele einzelne Halbleiterdetektoren nebeneinander angebracht, von denen jeder einzeln ausgelesen werden kann. So entsteht ein ortsempfindlicher Detektor. Um die 24 cm lange Fokalebene des Spektrometers abzudecken, wurden vier Streifenzählermodule mit jeweils 6.9 cm Länge aneinander gereiht. Ein solches Detektormodul enthält 96 Streifen (Kanäle). An den Stoßstellen der Siliziumstreifenzählermodule entstehen drei blinde Stellen mit einer Breite von ca. 6.75 mm bzw. 10 – 11 Streifen. Für ein lückenloses Spektrum müssen daher zwei Messungen mit leicht verschobenen Spektrometermagnetfeldern durchgeführt werden.

3.2.1 Konventioneller Modus

Im konventionellen Modus wird der Strahl vom Beschleuniger zum Spektrometer so geführt, dass der Elektronenstrahl als Punktquelle auf dem Target abgebildet wird. Bei der Ablenkung der Elektronen im Spektrometer mit Ablenkradius r sind Lorentzkraft und Zentrifugalkraft im Gleichgewicht, so dass gilt

$$e(\overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}(r)) = \frac{m \overrightarrow{v}^2}{r} .$$
(3.1)

Mit der Bedingung $\overrightarrow{v} \perp \overrightarrow{B}$ ergibt sich hieraus

$$r = \frac{p_0}{eB} . \tag{3.2}$$



Abbildung 3.2: LINTOTT-Spektrometer. (1) Strahlführung zum Spektrometer; (2) Streukammer; (3) Spektrometermagnet; (4) Strahlführung zum Faraday-Cup; (5) Spektrometerplattform; (6) Blei- und Polyethylenabschirmung; (7) Kammer mit Flansch zum Anbringen des Detektors in der Fokalebene. Das Bild wurde aus [41] entnommen.

Streuwinkelbereich	$33^{\circ} - 165^{\circ}$
Ablenkwinkel	169.7°
Krümmungsradius r_0	1 m
Raumwinkelak zeptanz $\Delta\Omega$	$6 \mathrm{msr}$
Lineare Dispersion D_{sp}	$3.76~\mathrm{cm}/\%$
Impulsakzeptanz $\Delta p/p$	$\pm 2\%$
Neigung der Fokalebene α	35°
Feldstärke B	$0.6 - 4.0 \ \rm kG$
Maximale Stromstärke I_{max}	280 A

Man erhält nach [43, 44] den Versatz Δx in der Fokalebene für Teilchen mit der Impulsabweichung Δp vom Sollimpuls p_0 und der Lineardispersion D_{sp}

$$\Delta x = D_{sp} \frac{\Delta p}{p_0} . \tag{3.3}$$

Wegen der unterschiedlich langen Flugbahnen innerhalb des Magnetfelds werden Elektronen mit gleichem Impuls p und unterschiedlichen Eintrittswinkeln in der Fokalebene auf denselben Punkt projiziert. Das Spektrometer wirkt radial fokussierend. Die Messgröße ist also die absolute Restenergie der gestreuten Elektronen. Dies bedeutet allerdings, dass die effektive Energieauflösung linear von der Strahlqualität bzw. der Impulsunschärfe des Strahls abhängt. In der Strahlzeit im Sommer 2004 wurde im konventionellen Modus eine Auflösung von $\Delta E = 40 - 80$ keV (FWHM) erreicht.

3.2.2 Energieverlust-Modus

Beim Energieverlust-Modus (Energy-Loss Mode) wird die Dispersion der Strahlführung derjenigen des Spektrometers so angepasst, dass das Gesamtsystem dispersionsfrei ist. Alle Elektronen, die im Target denselben Energieverlust erfahren, werden mit demselben Versatz Δx auf die Fokalebene abgebildet. Die Messgröße ist hier also der Energieverlust der gestreuten Elektronen. Dieser Modus hat den Vorteil, dass die Auflösung unabhängig von der Strahlqualität ist. Allerdings ist die Anpassung der Dispersion der Strahlführung an die des Spektrometers relativ aufwendig. Am alten Linearbeschleuniger DALINAC wurde der Energieverlust-Modus routinemäßig genutzt. In der Strahlzeit im Sommer 2004 wurde dieser Modus zum ersten Mal am neuen S-DALINAC eingestellt, und nach längerer Entwicklungszeit wurde eine stabile Auflösung von $\Delta E = 30$ keV (FWHM) erreicht.

3.3 Durchführung der Messungen

Bei der Strahlzeit von August bis Oktober 2004 wurden im Rahmen dieser Arbeit am LINTOTT-Spektrometer Spektren bei Streuwinkeln von $\theta = 93^{\circ}$, 117°, 141° und 165° aufgenommen. Die großen Streuwinkel waren notwendig, um in Kombination mit der Einschussenergie von $E_0 = 70$ MeV einen Impulsübertrag in der Nähe des Maximums des Formfaktors für E2-Übergänge zu erreichen. Außerdem sinkt bei der Elektronenstreuung der Strahlungsuntergrund mit steigendem Streuwinkel. Das Target aus ⁹⁴Mo war auf einer fernsteuerbaren Targetleiter angebracht und wurde in zwei verschiedenen Stellungen eingesetzt. In der Transmissionsstellung steht das Target senkrecht zur Streuwinkelhalbierenden, und in der Reflexionsstellung parallel dazu. Die Parameter der Messungen sind in Tab. 3.2 zusammengefasst. Im Rahmen dieser Arbeit wurde der Kern ⁹⁴Mo in einem Anregungsenergiebereich bis ca. $E_x = 4$ MeV untersucht. Die Impulsakzeptanz des Spektrometers entspricht bei einer Elektronenenergie von 70 MeV einer Anregungsenergie von

ca. 2 MeV. Weiterhin wurden zwei Messungen bei ähnlichen Magnetfeldeinstellungen benötigt, um die Lücken zwischen den Detektormodulen zu füllen. Also erfolgten bei jedem Streuwinkel Messungen für vier Einstellungen des Spektrometermagnetfeldes. Beim zuletzt gemessenen Spektrum bei $\theta = 165^{\circ}$ waren aus Zeitgründen nur noch Messungen bei zwei Magnetfeldeinstellungen möglich, so dass in diesem Fall nur ein Anregungsenergiebereich bis $E_x = 2.67$ MeV abgedeckt wurde. Der Detektor wurde im Inkrementmodus betrieben. Die resultierenden Histogramme wurden jeweils nach ca. einer Stunde gespeichert. Zu lange Messungen wurden vermieden, da die Lage des Strahls und die Strahlenergie Schwankungen unterliegen; so würde man verbreiterte Peaks erhalten. Stattdessen wurden die Einzelspektren später aufsummiert.

Tabelle 3.2: Parameter der Messungen. T: Transmissionsstellung des Targets; R: Reflexionsstellung.

Streu-	Modus	Auflösung	Target-	E_0	Strahlstrom	Anregungsenergie-
winkel		$\Delta E \; (\text{keV})$	stellung	(MeV)	(μA)	bereich (MeV)
93°	Konventionell	40 - 80	Т	70	0.5 - 2	0 - 4.84
117°	Konventionell	40 - 80	Т	"	"	0 - 4.93
141°	Energieverlust	30	Т	11	"	0 - 4.85
165°	Energieverlus	30	R	"	"	0 - 2.67

4 Auswertung

4.1 Rekonstruktion der Spektren

In diesem Kapitel wird die Erzeugung der Gesamtspektren aus den Rohdaten beschrieben. Zuerst wurden die vier stärksten Linien in den Einzelspektren (elastische Linie, Anregungen mit $J^{\pi} = 2^+_1$, 2^+_3 und 3^-_1) mit Hilfe des Programms FIT [45] an Modellfunktionen angepasst. Die linke und rechte Hälfte der Linien wurde jeweils mit einer Gaußfunktion mit variabler Breite angenähert, und der Strahlenschwanz mit einer Hyperbelfunktion. Hierbei wurde die Fläche nur bis zu einer Abschneidegrenze $E_{cutoff} = x_0 + \Delta E$ integriert, mit $\Delta E = 5 \cdot \sigma_1$. Die Größe σ_1 ist die Varianz der ersten Gaußfunktion.

Wenn die Linienlage bei den verschiedenen Einzelmessungen unterschiedlich war, wurden die Kanäle bezüglich des Einzelspektrums mit der besten Auflösung um die durchschnittliche Differenz verschoben. Dann wurden die Einzelmessungen mit dem jeweiligen Korrekturfaktor für die Totzeit t_{tot} multipliziert und aufsummiert. Die Summe wurde auf die gesammelte Ladung Q normiert. So ergeben sich für jeden Winkel vier summierte Spektren für jeweils eine andere Einstellung des Spektrometerstroms. Da sich mit dem Spektrometerstrom auch der Energiebereich ändert, der von einem Kanal abgedeckt wird, müssen die Spektren, die dem höheren Anregungsenergiebereich entsprechen, mit Hilfe eines Korrekturfaktors gestaucht bzw. gestreckt werden. Dieser Korrekturfaktor ist proportional zum Quotienten der Spektrometerströme $\frac{I_1}{I_0}$. Hierbei ist I_0 der Strom des Referenzspektrums, in dem die elastische Linie zu sehen ist, und I_1 der Strom des gerade bearbeiteten Spektrums. Wenn die Spektren so auf die gleiche Kanalbreite gebracht wurden, kann man sie zum Gesamtspektrum zusammensetzen. Das vollständige Spektrum ist zunächst in willkürlichen Energieeinheiten gegeben. Da das Anregungsspektrum von ⁹⁴Mo gut bekannt ist, kann man nun die Kanalnummer mit der Anregungsenergie in Beziehung setzen. Allgemein gilt (s. Abb. 2.1)

$$E_e = E_0 - E_x - E_R . (4.1)$$

Es wurde zunächst von einem linearen Zusammenhang mit der Kanalnummer x ausgegangen, jedoch kommt experimentell ein kleiner quadratischer Term hinzu

$$E_e = ax^2 + bx + c av{4.2}$$

Die Gleichungen sind für die verschiedenen Streuwinkel ähnlich

$$93^{\circ}: E_e = -1.156 \cdot 10^{-6} x^2 - 0.0065 x + 70.14 \tag{4.3}$$

$$117^{\circ}: E_e = -1.275 \cdot 10^{-6} x^2 - 0.0063 x + 70.04 \tag{4.4}$$

$$141^{\circ}: E_e = -1.203 \cdot 10^{-6} x^2 - 0.0063x + 70.06 \tag{4.5}$$

$$165^{\circ}: E_e = -1.221 \cdot 10^{-6} x^2 - 0.0063 x + 70.12 .$$
(4.6)

In Abb. 4.1 ist beispielhaft die Energieeichung für $\theta = 141^{\circ}$ und die Reproduktion einiger angepasster Linien dargestellt.



Abbildung 4.1: Energie
eichung für das Spektrum bei $\theta=141^\circ.$ Die durchgezogene Linie entspricht der Gleichung
 $E_e=-1.203\cdot 10^{-6}x^2-0.0063x+70.06$.

Um das Anregungsenergiespektrum zu gewinnen, muss man noch die Rückstoßenergie berücksichtigen, die der Targetkern aufnimmt. Dann beträgt die Restenergie des gestreuten Elektrons [34]

$$E_e = \frac{E_0 - E_x (1 + \frac{E_x}{2Mc^2})}{1 + \frac{2E_0}{Mc^2} \sin^2(\frac{\theta}{2})} .$$
(4.7)

Um den Energieverlust des Elektrons bei der Bewegung durch das Targetmaterial zu berücksichtigen, ersetzt man E_0 durch die effektive Elektronenenergie $E_0 - \frac{1}{2}E_{loss}$. Der Energieverlust im Target setzt sich hauptsächlich aus Strahlungs- und Kollisionsverlusten zusammen [46]. Also muss man folgende Gleichung nach E_x auflösen

$$\frac{E_0 - \frac{1}{2}E_{loss} - E_x(1 + \frac{E_x}{2Mc^2})}{1 + \frac{2(E_0 - \frac{1}{2}E_{loss})}{Mc^2}\sin^2(\frac{\theta}{2})} - \frac{1}{2}E_{loss} = ax^2 + bx + c .$$
(4.8)

So ergibt sich die Gleichung für die Anregungsenergie in Abhängigkeit von der Kanalnummer, mit deren Hilfe das endgültige Spektrum erstellt werden kann.

4.2 Diskussion der Spektren

In diesem Kapitel werden die erhaltenen Spektren und die gemessenen Übergänge im Überblick gezeigt. Zunächst wird in Abb. 4.2 beispielhaft das Spektrum bei $\theta = 141^{\circ}$ vorgestellt. Die gemischtsymmetrischen Zweiphonon-Übergänge wurden ausschnittsweise vergrößert, da sie im Vergleich zu Einphonon-Übergängen sehr schwach angeregt werden. In Abb. 4.3 sind die vier gemessenen Spektren im Vergleich dargestellt. Man beachte die unterschiedliche Auflösung der Spektren. Das unvollständige Spektrum bei $\theta = 165^{\circ}$ weist bisher eine relativ geringe Zählrate auf. In Abb. 4.4 ist die elastische Linie dieses Spektrums dargestellt, die mit Hilfe des Programms FIT [45] angenähert wurde. In Abb. 4.5 ist ein weiteres Beispiel für eine Linienanpassung zu sehen.



Abbildung 4.2: Spektrum bei $\theta = 141^{\circ}$. Folgende Linien sind gekennzeichnet: (1) $J^{\pi} = 2_1^+$; (2) 4_1^+ ; (3) 2_3^+ ; (4) 3_1^- ; (5) 2_5^+ ; (6) 1_2^+ . Hierbei ist die Anregung zu $J^{\pi} = 2_5^+$ der gemischtsymmetrische Zweiphonon-Zustand, und bei dem 1_2^+ Zustand handelt es sich um die Scherenmode. Letztere beiden Zustände sind im unteren Teil noch einmal vergrößert zu sehen.



Abbildung 4.3: Vergleich der bei verschiedenen Streuwinkeln gemessenen Spektren.



Abbildung 4.4: Anpassung der elastischen Linie im Spektrum bei $\theta = 165^{\circ}$. Die Annäherung (gestrichelte Linie) erfolgte mit Hilfe des Programms FIT [45].



Abbildung 4.5: Ausschnitt aus dem Spektrum bei $\theta = 141^{\circ}$. Bei der linken angepassten Linie handelt es sich um den 4_4^+ Zustand bei $E_x = 2.768$ MeV, und der rechte Peak ist der 2_5^+ Zustand bei $E_x = 2.87$ MeV.

Schließlich sind in Tab. 4.1 die bei den verschiedenen Streuwinkeln gemessenen Anregungen aufgeführt. Es wurden nur Linien berücksichtigt, die in mindestens zwei der vier Spektren zu sehen waren. Bei niedrigen Anregungsenergien unterhalb des ersten 2⁺ Zustandes gab es einige "Geisterlinien", die nur in einem Spektrum zu sehen waren (dieses Problem war schon bei dem früher am Spektrometer installierten Detektor bekannt), sowie eine elastische Linie von ¹²C. Bei der Zuordnung der Linien wurden auch bekannte Anregungen von anderen Molybdän-Isotopen berücksichtigt, insbesondere die von ⁹⁵Mo, dem zweithäufigsten Isotop im Target (5.35%). Ab ca. 4 MeV wird die Niveaudichte so hoch, dass einzelne Linien nur schwer unterschieden werden können. Der Fehler der Lage einer bestimmten Anregung in den verschiedenen Spektren beträgt bis zu ca. ± 20 keV, je nach der Stärke des Übergangs und der daraus resultierenden Genauigkeit der Anpassung.

Tabelle 4.1: Am LINTOTT-Spektrometer gemessene Anregungen aus dem Grundzustand $(0_1^+ \rightarrow J_f^{\pi})$ bei verschiedenen Streuwinkeln. Die Referenzdaten sind aus [30] und [47] entnommen. Letztere sind mit (*) gekennzeichnet. Abkürzungen: sym.: symmetrisch; ms: gemischtsymmetrisch.

			F	$E_x \; (\text{keV})$		
93°	117°	141°	165°	Mittelwert	Exp. [30, 47]	J_f^{π}
872	869	867	872	870^{+2}_{-3}	871	2_1^+ (sym. Einphonon-Zustand)
1590	1576	1570	1579	1579_{-9}^{+11}	1574	4_{1}^{+}
-	1862	1864	1847	1857^{+7}_{-10}	1864	2_2^+ (sym. Zweiphonon-Zustand)
2075	2060	2067	2066	2067^{+5}_{-7}	2067	2_3^+ (ms Einphonon-Zustand)
-	2208	2227	2230	2222^{+8}_{-14}	2214?	$(\frac{1}{2})^{-}$ oder $(\frac{3}{2})^{-}$ von ⁹⁵ Mo? (*)
2317	2295	2280	2296	2297^{+20}_{-17}	2294	4_2^+
2387	2390	2384	2400	2390^{+10}_{-6}	2393	2_{4}^{+}
2534	2525	2532	2534	2531^{+3}_{-6}	2534	3_{1}^{-}
2762	2773	2771	-	2769^{+4}_{-7}	2768	4_{4}^{+}
-	2868	2857	-	2862.5 ± 5.5	2870	2_5^+ (ms Zweiphonon-Zustand)
3015	3019	3012	-	3015_{-3}^{+4}	3012	3_{2}^{-}
-	3131	3111	-	3121 ± 10	3128	1_{2}^{+}
-	3181	3154	-	3167.5 ± 13.5	3163?	$3_4^+?$
3275	3274	3271	-	3273^{+3}_{-2}	3260 oder 3307?	2_7^+ oder 1_1^- ?
-	3381	3393	-	3387 ± 6	3398 oder 3401?	$(3,4)$ oder $(2^+)?$ (*)
3477	3461	3456	-	3465_{-9}^{+12}	3449?	$(2^+)?(*)$
3549	3525	3535	-	3536^{+13}_{-11}	3534	2_8^+
3641	3646	3646	-	3644^{+2}_{-3}	3647	(2^+) (*)
3700	3707	3703	-	3703_{-3}^{+4}	3693 oder 3707?	$(3,4)$ oder $4^+?$ (*)
3794	3792	3792	-	3793 ± 1	3793	2_{9}^{+}
3892	389	3887	-	3890^{+2}_{-3}	3892	2^+_{10}
-	3997	3998	-	3997.5 ± 0.5	3995	2^+ (*)
-	4135	4124	-	4129.5 ± 5.5	4139?	$2^+?(*)$
-	4200	4184	-	4192 ± 8	4191	(2^+) (*)
4386	4398	4418	-	4401^{+17}_{-15}	4388?	? (*)
4590	4604	4608	-	4601^{+7}_{-11}	4602	? (*)

4.3 Bestimmung der experimentellen Wirkungsquerschnitte, Formfaktoren und Übergangsstärken

Der Wirkungsquerschnitt wird experimentell aus der Beziehung

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{exp} = A_{in} \ \frac{1}{\Delta\Omega} \ \frac{e}{It} \ \frac{M}{t_{eff} \ N_A} \tag{4.9}$$

bestimmt. Hierbei ist It das Produkt aus dem Strahlstrom I und der Messzeit t, was der akkumulierten Ladung in C entspricht(in unserem Fall wurden alle Spektren auf $It = 1 \ \mu C$ normiert), M die Kernmasse in (g/mol), und t_{eff} die effektive Dicke des Targets. In Transmissionsstellung ist $t_{eff} = \frac{\rho \Delta x}{\cos(\theta/2)}$, und in Reflexionsstellung ist $t_{eff} = \frac{\rho \Delta x}{\sin(\theta/2)}$. Dabei bezeichnet $\rho \Delta x = 9.65 \ \text{mg/cm}^2$ die Flächenbelegung des Targets.

Der Flächeninhalt A_{in} der gemessenen Linien wird mit Hilfe des FIT-Programms [45] als Integral der in Kap. 4.1 beschriebenen Linienform bestimmt.

Bei der Berechnung der experimentellen Wirkungsquerschnitte ist zu berücksichtigen, dass Elektronen beim Durchlaufen des Targets oder beim Streuvorgang einen Energieverlust erfahren können, der größer als die experimentelle Auflösung ΔE ist. Die gemessene Fläche A_{exp} wird daher mit Korrekturfaktoren korrigiert

$$A = A_{exp}(\delta_S + \delta_B) \left(\frac{1}{1 - \delta_I}\right) .$$
(4.10)

Hier werden Schwinger- (δ_S) , Bremsstrahl- (δ_B) und Ionisierungskorrekturen (δ_I) berücksichtigt. Hiervon ist die Schwinger-Korrektur am bedeutendsten, welche proportional zur Targetdicke ist. Während des Streuvorgangs emittiert und reabsorbiert das Elektron virtuelle und reelle Photonen, die nicht gemessen werden, wenn ihr Energieverlust kleiner als die Auflösung des Experiments ist. Die Bremsstrahlkorrektur ergibt sich aus der Wahrscheinlichkeit, dass ein Elektron beim Durchgang durch das Target eine Energie bis zu ΔE verliert. Der Term δ_I berücksichtigt den Energieverlust durch Stoßionisation. Die Bremsstrahl- und Ionisationskorrekturen sind proportional zum Quadrat oder einer höheren Potenz der Targetdicke. Gleichungen für die Korrekturfaktoren sind in [48–50] gegeben. Die Gesamtkorrektur des Energieverlustes durch Strahlungsprozesse beträgt in diesem Experiment ca. 30 – 50% und darf daher nicht vernachlässigt werden.

Aus dem so bestimmten experimentellen Wirkungsquerschnitt kann der Formfaktor $|F(E_0, \theta)|^2$ berechnet werden

$$|F_{exp}(E_0,\theta)|^2 = \frac{(d\sigma/d\Omega)_{exp}}{(d\sigma/d\Omega)_{Mott}} .$$
(4.11)

Die Größe $(d\sigma/d\Omega)_{Mott}$ ist der Mott-Wirkungsquerschnitt für die Streuung von Punktteilchen mit Spin 1/2 und Ladung Z = e an einem punktförmigen Target ohne Spin [51]

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{Mott} = \left(\frac{Ze^2}{2E_0}\right)^2 \quad \frac{\cos^2(\theta/2)}{\sin^4(\theta/2)} \ . \tag{4.12}$$

Der Formfaktor beschreibt gerade den Unterschied zwischen der Streuung an einem ausgedehnten Kern und der an einem punktförmigen Teilchen. Die Lage des ersten Formfaktormaximums ist ein charakteristisches Merkmal der Multipolarität und verschiebt sich mit wachsender Multipolarität zu höheren Impulsüberträgen.

Die experimentellen Übergangsstärken $B(X\lambda)\uparrow_{exp}$ können aus dem Vergleich der experimentellen und theoretischen Formfaktoren bestimmt werden

$$B(X\lambda)\uparrow_{exp} = B(X\lambda)\uparrow_{theo} \cdot \frac{|F_{exp}(E_0,\theta)|^2_{X\lambda}}{|F_{theo}(E_0,\theta)|^2_{X\lambda}} .$$
(4.13)

Der Vergleich erfolgte mit Hilfe einer fehlergewichteten Anpassung (least-squares fit) an die experimentellen Daten.

4.4 Fehlerdiskussion

Bei der Bestimmung der experimentellen Wirkungsquerschnitte aus den Linienflächen tragen apparative Effekte und statistische Unsicherheiten zum Gesamtfehler bei. Apparative Fehlerquellen sind Targetinhomogenitäten ($\approx 5\%$), Fehler bei der Korrektur von Totzeitverlusten (< 2%), sowie Ungenauigkeiten bei der Bestimmung des Raumwinkels und bei der Ladungsmessung im Faraday-Cup ($\approx 7\%$ bzw. 10%). Der quadratisch summierte Beitrag der apparativen Fehler beträgt also ca. 14%.

Der größte Anteil von den Fehlern der Formfaktoren und der daraus berechneten Übergangsstärken resultiert aus der Unsicherheit der Untergrundbestimmung und der Zählstatistik. Der Untergrund wurde mit einer quadratischen Funktion angenähert. Bei starken Übergängen wie der 3⁻₁ Anregung ist die so entstehende Ungenauigkeit vernachlässigbar. Bei sehr schwachen Anregungen wie der Scherenmode hat die Wahl der Untergrundhöhe jedoch einen großen Einfluss auf die resultierende Peakfläche. Zur Fehlerbestimmung wurde die Untergrundhöhe innerhalb sinnvoller Grenzen variiert. Dieser Fehlerbeitrag macht bei sehr schwachen Übergängen bis zu 50% aus. Der statistische Fehler resultiert aus der Ungenauigkeit der Flächenbestimmung bei der Anpassung des Spektrums mit Modellfunktionen mit Hilfe des FIT-Programms [45]. Dieser Fehlerbeitrag beträgt bis zu 25%.

5 Diskussion der Formfaktoren und Übergangsstärken

In diesem Kapitel werden die experimentellen Formfaktoren und Übergangsstärken gezeigt und im Vergleich zu den QPM-Rechnungen diskutiert. Die Rechnungen wurden mit Hilfe eines FORTRAN-Programms durchgeführt [38]. Hierbei wurde die DWBA verwendet. Da bei kollektiven Anregungen der transversale Anteil des Formfaktors sehr klein ist, wurde im Rahmen dieser Arbeit von rein longitudinalen Formfaktoren $|F_L|^2$ ausgegangen.

5.1 Anregung von 2⁺ Zuständen

5.1.1 Theoretische Formfaktoren

Für Abb. 5.1 wurden die theoretischen Formfaktoren von zehn niedrigliegenden E2-Übergängen auf die Lage des ersten Maximums des Formfaktors des 2_1^+ Zustandes normiert. Die Lage des ersten Formfaktormaximums verschiebt sich mit wachsender Multipolarität λ zu höheren Impulsüberträgen. Die mittleren Kurven zeigen die Formfaktoren für alle E2-Übergänge außer denen der beiden Zweiphonon-Anregungen. Die gute Übereinstimmung der Kurven macht deutlich, dass alle diese Übergänge hauptsächlich Einphonon-Anregungen sind. Die gepunkteten Linien entsprechen den Formfaktoren für den symmetrischen Zweiphonon-Zustand (volle bzw. reine Rechnung), und die gestrichelten Linien denjenigen für den gemischtsymmetrischen Zweiphonon-Zustand. Die Formfaktoren dieser Anregungen zeigen einen stark von den anderen abweichenden Verlauf. Der Formfaktor reagiert sehr empfindlich auf kleine Änderungen der Einphonon-Beiträge, da Einphonon-Übergänge viel wahrscheinlicher sind als solche



Abbildung 5.1: Normierte Vorhersagen des QPM für die Formfaktoren niedrigliegender 2^+ Zustände im Kern 94 Mo.

mit mehreren Phononen. Da die experimentellen Übergangsstärken durch den Vergleich von theoretischen und experimentellen Formfaktoren berechnet wurden, sind die resultierenden Übergangsstärken für die Zweiphonon-Anregungen stark modellabhängig.

5.1.2 Einphonon-Zustände

In Abb. 5.2 sind die Formfaktoren der beiden Einphonon-Anregungen gezeigt. Bei dem symmetrischen Einphonon-Zustand handelt es sich um den ersten und gleichzeitig stärksten angeregten Zustand von ⁹⁴Mo, die isoskalare Quadrupolvibration. Die volle QPM-Rechnung gibt die Daten gut wieder, was nahe legt, dass es sich um einen zu ca. 89% reinen Einphonon-Zustand handelt (s. Tab. 2.1).

Der Übergang zum Zustand mit $J^{\pi} = 2_3^+$ ist die zweitstärkste E2-Anregung. Der Verlauf des Formfaktors zeigt eine große Ähnlichkeit mit dem der Anregung des 2_1^+ Zustandes. Das belegt, dass hier ebenfalls hauptsächlich Einphonon-Beiträge eine Rolle spielen. Die Daten stimmen gut mit der vollen QPM-Rechnung überein, von der eine zu ca. 87% reine Einphonon-Anregung vorhergesagt wird. Dies lässt darauf schließen, dass es sich hierbei tatsächlich um den vom IBM-2 vorhergesagten Einphonon-Zustand mit gemischtsymmetrischem Charakter handelt.

5.1.3 Zweiphonon-Zustände

In Abb. 5.3 sind die Formfaktoren der beiden Zweiphonon-Zuständen dargestellt. Die Formfaktoren von direkten Zweiphonon-Anregungen sind typischerweise um einen Faktor 100 - 1000 kleiner als kollektive Einphonon-Anregungen, da Einphonon-Übergänge viel wahrscheinlicher sind als solche mit mehreren Phononen. Man kann die Wellenfunktionen von solchen Übergängen zwar als Mehrphonon-Anregungen interpretieren, tatsächlich verhalten sie sich jedoch wenig kollektiv.

Der Formfaktor des symmetrischen Zweiphonon-Zustandes wird besser durch die reine Rechnung beschrieben als durch diejenige mit allen Beimischungen. Die von der vollen Rechnung vorhergesagte Mischung mit Einphonon-Zuständen von ca. 23% (s. Tab. 2.1) ist also zu groß. Dies lässt darauf schließen, dass es sich hierbei um eine Anregung mit gutem Zweiphonon-Charakter handelt.

Die reine Rechnung für den gemischtsymmetrischen Zweiphonon-Zustand liegt zu niedrig. Die Daten werden relativ gut von der vollen Rechnung beschrieben, obwohl der Datenpunkt beim höheren Impulsübertrag immer noch unterschätzt wird. Es werden geringe Einphonon-Beimischungen vorhergesagt (ca. 5%), sowie wesentliche Dreiphonon-Beimischungen (ca. 17%), welche aber nicht mit Elektronenstreuexperimenten überprüft werden können.



Abbildung 5.2: Von links nach rechts: Formfaktoren des symmetrischen bzw. gemischtsymmetrischen Einphonon-Zustandes. In dieser Grafik sowie in Abb. 5.3 bedeuten: Punkte: Experimentelle Daten; durchgezogene Linie: QPM-Rechnung (mit allen Ein- bis Dreiphonon-Beimischungen); gestrichelte Linie - QPM-Rechnung (rein).



Abbildung 5.3: Von links nach rechts: Formfaktoren des symmetrischen bzw. gemischtsymmetrischen Zweiphonon-Zustandes.

5.1.4 Der Zustand bei $E_x = 3.27$ MeV

In Abb. 5.4 ist der experimentelle Formfaktor für die Anregung bei 3.27 MeV im Vergleich mit drei QPM-Rechnungen dargestellt. Die gemessene Anregungsenergie der Linie bei $E_x = 3.27$ MeV liegt derjenigen des siebten 2⁺ Zustandes ($E_x = 3.307$ MeV) am nächsten, weicht aber im Mittel um ca. 34 keV davon ab (s. Tab. 4.1). Deshalb ist die Zuordnung nicht völlig sicher. Der für diesen Übergang berechnete Formfaktor überschätzt die Daten um ca. eine Größenordnung. Da die für den sechsten 2⁺ Zustand berechnete Anregungsenergie ebenfalls in der Nähe der experimentell beobachteten liegt (s. Abb. 2.3), ist der Formfaktor dieser Anregung zum Vergleich als gepunktete Linie dargestellt. Eine weitere Möglichkeit wäre der erste 1⁻ Zustand bei 3.260 MeV, dessen Formfaktor als gestrichelte Linie dargestellt ist. Dieser Übergang sollte aber nur sehr schwach angeregt werden. Es wird deutlich, dass die Daten kein Minimum durchlaufen, wie es für den E1-Übergang vorhergesagt wird, sondern dass ihr Verlauf eher dem eines E2-Übergangs entspricht. Der Formfaktor für die Anregung zum Zustand mit $J^{\pi} = 2_6^+$ kommt den Daten am nächsten, aber keine der drei Rechnungen stimmt optimal mit den Daten überein. Das liegt wohl daran, dass die höherliegenden 2^+ Zustände stark fragmentiert sind und teilweise sehr schwach angeregt werden. Da der Formfaktor sehr empfindlich auf kleine Änderungen der Einphonon-Beiträge reagiert, ist es schwierig, stark fragmentierte und dabei schwache Ubergänge wie diesen quantitativ zu beschreiben. Bei den vier in Kap. 5.1.2 und 5.1.3 diskutierten Zuständen ist die Sensitivität des Formfaktors für Einphonon-Beiträge aber ein Vorteil, da es so möglich wird, die Reinheit der Anregungen zu bestimmen.



Abbildung 5.4: Formfaktor des Peaks bei $E_x = 3.27$ MeV. Durchgezogene Linie: QPM-Rechnung für $J^{\pi} = 2^+_7$; Gepunktete Linie: $J^{\pi} = 2^+_6$; Gestrichelte Linie: $J^{\pi} = 1^-_1$.

5.1.5 Weitere 2^+ Zustände

In Abb. 5.5 sind die Formfaktoren der restlichen E2-Übergänge dargestellt. Die Anregung zum neunten 2⁺ Zustand ist relativ stark und wird gut durch die QPM beschrieben. Bei den anderen E2-Übergängen handelt es sich um teilweise sehr schwache Anregungen mit starker Fragmentierung, für welche die Genauigkeit der QPM-Rechnung begrenzt ist. Dafür sind die Abweichungen von ca. einer Größenordnung zwischen Daten und Berechnungen schon zufriedenstellend.



Abbildung 5.5: Formfaktoren weiterer E2-Übergänge.

5.1.6 B(E2)-Stärkeverteilung

In Abb. 5.6 sowie in Tab. 5.1 sind die experimentellen und theoretischen Übergangsstärken von zehn niedrigliegenden 2⁺ Zuständen im Vergleich dargestellt. Die experimentellen Vergleichsdaten wurden aus in [30] gesammelten Lebensdauern berechnet. Für einige Anregungen sind bisher keine Lebensdauern bekannt, so dass hierfür keine Übergangsstärken zum Vergleich angegeben werden können. Für die Berechnung der experimentellen Übergangsstärken wurde stets die volle QPM-Rechnung verwendet, außer bei dem symmetrischen Zweiphonon-Zustand, bei dem die reine Rechnung die Daten besser beschreibt.

Trotz der Parameteranpassung (s. Kapitel 2.3) wird für den ersten E2-Übergang eine viel niedrigere Übergangsstärke vorhergesagt als die, die bei den bisherigen Experimenten gemessen wurde. 30



Abbildung 5.6: Übergangsstärken für E2-Anregungen in ⁹⁴Mo. Die experimentellen Vergleichsdaten wurden aus [30] entnommen.

		0 0	(/ 1	<u> </u>
J_f^{π}	E_x (MeV)	$B(E2) \ (e^2 fm^4)$	$B(E2) \ (\mathrm{e}^2 \mathrm{fm}^4)$	B(E2) (e ² fm ⁴)
-		QPM	Ref. [30]	(e,e')
2^+_1	0.871	1250.0	1969 ± 30	1120 ± 168
2^{+}_{2}	1.864	8.3	42.3 ± 9	7.1^{+5}_{-4}
2^{+}_{3}	2.067	180.0	280 ± 24	217.5 ± 33
2^{+}_{4}	2.393	118.0	43 ± 6	$18.6^{+9.1}_{-6.5}$
2_{5}^{+}	2.870	8.7	17.8 ± 2	$21.3^{+5.1}_{-7.9}$
2_{6}^{+}	2.993	13.2	2.5 ± 0.3	
2^{+}_{7}	3.307	41.6		$13.2^{+7.2}_{-3.8}$
2^{+}_{8}	3.534	16.1	1.6 ± 0.4	$8.9^{+1.5}_{-3.2}$
2^{+}_{9}	3.792	81.0		96 ± 14
2^{+}_{10}	3.892	77.8		$2.4^{+0.9}_{-0.7}$

Tabelle 5.1: Übergangsstärken: $B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_f^+)(e^2 \text{fm}^4)$



Abbildung 5.7: Formfaktoren der E3-Übergänge.

Die im Rahmen dieser Arbeit gemessenen Daten stimmen jedoch gut mit der Vorhersage überein und legen sogar eine etwas niedrigere Übergangsstärke nahe. Dieser Widerspruch ist noch nicht geklärt.

Die Stärke der gemischtsymmetrischen Einphonon-Anregung wird gut wiedergegeben.

Wie in Kap. 5.1.1 gezeigt wurde, sind die Stärken der Zweiphonon-Anregungen stark modellabhängig. Für die symmetrische Zweiphonon-Anregung würde sich mit steigendem Einphonon-Anteil eine höhere Übergangsstärke (bis zu ca. 36 $e^2 fm^4$ für die volle Rechnung) ergeben. In Anbetracht des Ergebnisses von [30] erscheint also eine höhere Übergangsstärke glaubwürdig. Bei dem gemischtsymmetrischen Zweiphonon-Zustand besteht eine gute Übereinstimmung zwischen beiden Experimenten, was nahe legt, dass die Stärke dieser Anregung tatsächlich ca. doppelt so groß ist wie die Vorhersage des QPM. Das experimentelle Ergebnis für den neunten 2⁺ Zustand wird gut wiedergegeben, während die Übergangsstärken der restlichen E2-Anregungen überschätzt werden.

5.2 Anregung von 3⁻ Zuständen

In Kernen in der Nähe von geschlossenen Schalen gibt es niedrigliegende 3⁻ Zustände, deren Übergangswahrscheinlichkeit um bis zu zwei Größenordnungen höher ist als der Einteilchenwert. Diese Anregungen kann man als Oktupolvibrationen interpretieren. In Abb. 5.7 werden die Formfaktoren von den beiden gemessenen E3-Übergängen gezeigt, und in Tab. 5.2 sind ihre Übergangsstärken zusammengefasst.

Wie bereits erwähnt, wurden die Parameter der QPM-Rechnung so gewählt, dass die Zustände mit $J^{\pi} = 2_1^+$ und 3_1^- optimal beschrieben werden. Beim letzteren Zustand stimmen die Ergebnisse entsprechend gut überein. Beim 3_2^- Zustand liegen die Daten zwei Größenordnungen über der Voraussage der QPM. Der Zustand ist also wesentlich kollektiver als erwartet. Da bei den bisherigen Messungen in [30] weder E3- noch E4-Übergänge zum Grundzustand vorlagen, können dafür keine Übergangsstärken zum Vergleich angegeben werden.

b	belle 5.2: Ubergangsstärken: $B(E3; 0_1^+ \to 3_f^-)(e^2 \text{fm})$						
	J_f^{π}	E_x (MeV)	$B(E3) \ (e^2 fm^6)$	$B(E3) \ (e^2 fm^6)$			
	5		QPM	(e,e')			
	3^{-}_{1}	2.534	81990	70320 ± 10550			
	3^{-}_{2}	3.012	192	22270 ± 3790			

 $1^{6})$ Tal

Anregung von 4⁺ Zuständen 5.3

In Abb. 5.8 sind die Formfaktoren der 4⁺ Zustände gezeigt, und in Tab. 5.3 sind die resultierenden Übergangsstärken zusammengefasst. Die Kollektivität der ersten Hexadekupolvibration $(J^{\pi} = 4_1^+)$ wird vom QPM unterschätzt. Die Übergangsstärke für diese Anregung beträgt ca. 62 W.U.. Der Formfaktor des zweiten 4⁺ Zustandes wird akzeptabel wiedergegeben, während derjenige des vierten 4⁺ Zustandes um drei Größenordnungen unterschätzt wird. Da die für den dritten 4⁺ Zustand berechnete Anregungsenergie ebenfalls in der Nähe der experimentell beobachteten liegt (s. Abb. 2.3), ist der Formfaktor dieser Anregung zum Vergleich als gestrichelte Linie dargestellt. In der Tat beschreibt der Formfaktor für den dritten 4⁺ Zustand die Daten gut.



Abbildung 5.8: Formfaktoren der E4-Übergänge.

J_f^{π}	E_x (MeV)	$B(E4) \ (10^4 \ e^2 fm^8)$	$B(E4) \ (10^4 \ e^2 fm^8)$
		QPM	(e,e')
4_1^+	1.573	19.5	71.7 ± 11.5
4^{+}_{2}	2.294	5.7	$8.5^{+3.3}_{-3.7}$
4^{+}_{3}	2.565	16.9	
4_{4}^{+}	2.768	3.0	$42.9^{+6.4}_{-12}$
1			*=

Tabelle 5.3: Übergangsstärken: $B(E4; 0_1^+ \rightarrow 4_f^+)(10^4 \text{ e}^2 \text{fm}^8)$

5.4 Weitere Übergänge

5.4.1 Scherenmode

In Abb. 5.9 ist der Formfaktor der Scherenmode $(J^{\pi} = 1_2^+)$ gezeigt. Dieser Übergang wird bei den gemessenen Impulsüberträgen nur sehr schwach angeregt. Für eine bessere Statistik wären kleinere Impulsüberträge notwendig. Da es sich hier um eine *M*1-Anregung handelt, wurde in diesem Fall der transversale Anteil des Formfaktors $|F_T|^2$ für die QPM-Rechnung verwendet. Die Daten werden von der QPM-Rechnung um ca. eine Größenordnung unterschätzt. Es liegt also kein

eindeutiger experimenteller Nachweis der Scherenmode vor.



Abbildung 5.9: Formfaktor der Scherenmode.

5.4.2 Andere Zustände

In Tab. 5.4 sind die experimentellen Formfaktoren von Übergängen zusammengestellt, deren Spin und Parität sich nicht eindeutig zuordnen ließ (s. Tab. 4.1), sowie von solchen zu Anregungsenergien über 4 MeV.

E_x (MeV)	$q_{eff} \; (\mathrm{fm}^{-1})$	$ F_{exp} ^2 \cdot 10^6$
2.2	0.77	$9.0^{+4.7}_{-1}$
	0.85	$11.5^{+1.8}_{-1}$
	0.89	$16.9^{+10}_{-3.4}$
3.16	0.76	3.6 ± 1
	0.84	$3.5_{-2.3}^{+0.8}$
3.4	0.76	5.5 ± 2.9
	0.84	$6.0^{+1.6}_{-3.2}$
35	0.65	16.4 ± 5.7
0.0	0.76	35.1 ± 8.8
	0.84	39.0 ± 9.8
3.64	0.65	23.3 ± 5.8
0.0 -	0.76	35.8 ± 5.4
	0.84	32.9 ± 4.9
3.7	0.65	9.9 ± 4.6
	0.76	1.9 ± 0.8
	0.84	4.1 ± 1.4
4.0	0.76	$7.9^{+1.3}_{-2.6}$
	0.84	11.5^{+2}_{-6}
41	0 76	84 + 19
	0.84	$12.8^{+2}_{-4.2}$
42	0.76	5.1 ± 1.6
1.4	0.84	$7.4^{+3}_{-1.5}$
4.4	0.64	130 + 4.6
4.4	0.04	$10.9_{-7.2}$ 11 $2^{+2.1}$
	0.83	$11.3_{-5.4}$ 17.4 ± 3
4.6	0.64	o 7 +2
4.0	0.04	$0.1_{-4.5}$
	0.70	$10.9_{-5.2}$
	0.00	22.0-3.7

Tabelle 5.4: Formfaktoren von weiteren gemessenen Anregungen.

5.5 Elastische Streuung

In Abb. 5.10 wird der Formfaktor der elastischen Streuung gezeigt. Der theoretische Formfaktor wurde hierfür in DWBA mit Hilfe des Programms PHASHI [52] berechnet. Die Ladungsdichte wurde durch eine 3-Parameter-Fermiverteilung angenähert. Die Parameter für eine gaußförmige Ladungsverteilung sind in [53] zu finden. Man kann diese an eine Fermiverteilung anpassen und erhält für ⁹⁴Mo: c = 4.797 fm, z = 0.604 fm, w = 0.148 fm. Durch die Parametrisierung der Ladungsverteilung können bei der DWBA-Rechnung Fehler von ca. 10% entstehen. Der apparative Fehler der Messung beträgt ca. 14% (s. Kap. 4.4). Die Anpassung der elastischen Linie an Modellfunktionen wurde in Abb. 4.4 gezeigt. Die Übereinstimmung der Daten mit den theoretischen Formfaktoren ist außer für den Datenpunkt beim höchsten Impulsübertrag akzeptabel.



Abbildung 5.10: Formfaktor der elastischen Streuung.

6 Schlussbemerkung

Im Sommer 2004 wurden am LINTOTT-Spektrometer an der TU Darmstadt Elektronenstreuspektren von ⁹⁴Mo aufgenommen. In Zukunft soll das Spektrum bei θ = 165° vervollständigt werden, um die Daten für die gemischtsymmetrischen Zweiphonon-Zustände zu ergänzen. Außerdem wären Messungen bei niedrigerer Einschussenergie ($E_0 = 30 - 40$ MeV) von Interesse, da der Wirkungsquerschnitt der Scherenmode bei niedrigeren Impulsüberträgen steigt. In zukünftigen Experimenten mit besserer Statistik könnten auch schwache *M*1- und *M*3-Übergänge gemessen werden. Weiterhin wäre es interessant, am benachbarten Kern ⁹²Zr Elektronenstreuexperimente durchzuführen, da die bisherigen Resultate [54–57] eine signifikante Brechung des *F*-Spins in diesem Kern implizieren.

Die Daten für ⁹⁴Mo wurden mit dem QPM verglichen, das bei niedrigen Anregungsenergien eine gute Beschreibung des Anregungsspektrums sphärischer Kerne liefert. Für diese Arbeit wurde bei den QPM-Rechnungen ein rein longitudinaler Formfaktor angenommen. Für kollektive Einphonon-Übergänge ist dies eine gute Näherung. Es wäre jedoch interessant, für die schwach kollektiven Zweiphonon-Übergänge Rechnungen unter Berücksichtigung des transversalen Anteils durchzuführen und mit den Daten zu vergleichen, insbesondere sobald das Spektrum bei $\theta = 165^{\circ}$ vervollständigt ist. Weiterhin sollen die gesammelten Daten außer mit dem QPM auch mit dem Schalenmodell verglichen werden. Der vom IBM-2 vorhergesagte isovektorielle Charakter des gemischtsymmetrischen Einphonon-Zustandes kann überprüft werden, indem man die Proton- und Neutron-Matrixelemente für die symmetrischen und gemischtsymmetrischen Einphonon-Zustände berechnet und ihre Anteile für beide Zustände vergleicht.

Literatur

- [1] A. Bohr and B.R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Vol. 2, Benjamin, New York (1975).
- [2] A. Richter, Prog. Part. Nucl. Phys. 34, 261 (1995).
- [3] D. Bohle, A. Richter, W. Steffen, A.E.L. Dieperink, N. Lo Iudice, F. Palumbo and O. Scholten, Phys. Lett. B 137, 27 (1984).
- [4] J. Enders, P. von Neumann-Cosel, C. Rangacharyulu and A. Richter, Phys. Rev. C 71, 014306 (2005).
- [5] A. Arima and F. Iachello, Phys. Rev. Lett. **35**, 1069 (1975).
- [6] A. Arima, T. Otsuka, F. Iachello and I. Talmi, Phys. Lett. B 66, 205 (1977).
- [7] T. Otsuka, A. Arima and F. Iachello, Nucl. Phys. A **309**, 1 (1978).
- [8] I. Talmi, Rev. Mod. Phys. **34**, 259 (1962).
- [9] R.F. Casten, D.D. Warner, D.S. Brenner and R.L. Gill, Phys. Rev. Lett. 47, 1433 (1981).
- [10] W.D. Hamilton, A. Irback and J.P. Elliott, Phys. Rev. Lett. 53, 2469 (1984).
- [11] G. Molnár, R.A. Gatenby and S.W. Yates, Phys. Rev. C 37, 898 (1988).
- [12] R. De Leo, H. Akimune, N. Blasi, I. Daito, Y. Fujita, M. Fujiwara, S.I. Hayakawa, S. Hatori, K. Hosono, H. Ikegami, T. Inomata, I. Katayama, K. Katori, L. Lagamba, S. Micheletti, S. Morinobu, T. Nakagawa, S. Nakayama, A. Narita, T. Noro, R. Perrino, M. Pignanelli, H. Sakaguchi, J. Takamatsu, A. Tamii, K. Tamura, M. Tanaka, A. Terakawa, T. Tohei, M. Tosaki, T. Yamagata, A. Yamagoshi, M. Yosimura and M. Yosoi, Phys. Rev. C 53, 2718 (1996).
- [13] D. Bohle, A. Richter, K. Heyde, P. Van Isacker, J. Moreau and A. Sevrin, Phys. Rev. Lett. 55, 1661 (1985).
- [14] G. Hartung, A. Richter, E. Spamer, H. Woertche, C. Rangacharyulu, C. W. de Jager and H. de Vries, Phys. Lett. B 221, 109 (1989).
- [15] A. Giannatiempo, A. Nannini, A. Perego, P. Sona and D. Cutoui, Phys. Rev. C 53, 2718 (1996).
- [16] W.J.Vermeer, C.S. Lim and R.H. Spear, Phys. Rev. C 38, 2982 (1988).
- [17] P.D. Cottle, S.M. Aziz, K.W. Kemper, M.L. Owens, E.L. Reber, J.D. Brown, E.R. Jacobsen and Y.Y. Sharon, Phys. Rev. C 43, 59 (1991).

- [18] B. Fazekas, T. Belgya, G. Molnár, A. Veres, R.A. Gatenby, Y.W. Yates and T. Otsuka, Nucl. Phys. A 548, 249 (1992).
- [19] H. Lehmann, P.E. Garrett, J. Jolie, C.A. McGrath, M. Yeh and S.W. Yates, Phys. Lett. B 387, 259 (1996).
- [20] N. Pietralla, D. Belic, P. von Brentano, C. Fransen, R.-D. Herzberg, U. Kneissl, H. Maser, P. Matschinsky, A. Nord, T. Otsuka, H.H. Pitz, V. Werner and I. Wiedenhöver, Phys. Rev. C 58, 796 (1998).
- [21] G. Siems, U. Neuneyer, I. Wiedenhöver, S. Albers, M. Eschenauer, R. Wirowski, A. Gelberg, P. von Brentano and T. Otsuka, Phys. Lett. B 320, 1 (1994).
- [22] N. Pietralla, P. von Brentano, R.F. Casten, T. Otsuka and N.V. Zamfir, Phys. Rev. Lett. 73, 2962 (1994).
- [23] T. Otsuka and K.H. Kim, Phys. Rev. C 50, R1768 (1994).
- [24] N. Pietralla, T. Mitsusaki, P. von Brentano, R.V. Jolos, T. Otsuka and V. Werner, Phys. Rev. C 57, 150 (1998).
- [25] P. von Brentano, N. Pietralla, C. Fransen, C. Frießner, A. Gade, A. Gelberg, R.-D. Herzberg, U. Kneissl, H. Meise, T. Otsuka, H.H. Pitz, V. Werner and I. Wiedenhöver, in *Proc. International Conference on Nuclear Structure*, Gatlinburg, Tennessee 1998, Ed. C. Baktash, (American Institute of Physics, Melville, New York 1999), 449.
- [26] N. Pietralla, C. Fransen, D. Belic, P. von Brentano, C. Frießner, U. Kneissl, A. Linnemann, A. Nord, H.H. Pitz, T. Otsuka, I. Schneider, V. Werner and I. Wiedenhöver, Phys. Rev. Lett. 83, 1303 (1999).
- [27] N. Pietralla, C. Fransen, P. von Brentano, A. Dewald, A. Fitzler, C. Frießner and J. Gableske, Phys. Rev. Lett. 84, 3775 (2000).
- [28] C. Fransen, Dissertation, Köln (2000).
- [29] C. Fransen, N. Pietralla, P. von Brentano, A. Dewald, J. Gableske, A. Gade, A. Lisetskiy and V. Werner, Phys. Lett. B 508, 219 (2001).
- [30] C. Fransen, N. Pietralla, Z. Ammar, D. Bandyopadhyay, N. Boukharouba, P. von Brentano, A. Dewald, J. Gableske, A. Gade, J. Jolie, U. Kneissl, S.R. Lesher, A.F. Lisetskiy, M.T. McEllistrem, M. Merrick, H.H. Pitz, N. Warr, V. Werner and S.W. Yates, Phys. Rev. C 67, 024307 (2003).
- [31] O. Burda, Dissertation, TU Darmstadt, in Vorbereitung.

- [32] V.G. Soloviev, Theory of Atomic Nuclei: Quasiparticles and Phonons (IOP Publishing, Bristol, 1992).
- [33] C.A. Bertulani and V.Yu. Ponomarev, Phys. Rep. **321**, 139 (1999).
- [34] H. Überall, Electron Scattering from Complex Nuclei, Part A+B, Academic Press (1971).
- [35] H. Theissen, Spectroscopy of Light Nuclei by Low Energy ($\leq 70 \text{ MeV}$) Inelastic Electon Scattering, Springer Tracts in Modern Physics **65**, 1 (1972).
- [36] T. de Forest and J.D. Walecka, Adv. Phys. 15, 1 (1973).
- [37] J. Heisenberg and H.P. Blok, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 33, 569 (1983).
- [38] V. Ponomarev, TU Darmstadt, private Mitteilung.
- [39] N. Lo Iudice and Ch. Stoyanov, Phys. Rev. C 65, 064304 (2002).
- [40] A. Richter, Proceedings of the Fifth European Particle Accelerator Conference, Ed. S. Meyers et al. (IOP Publishing, Bristol, 1996), 110.
- [41] A. Lenhardt, Dissertation, TU Darmstadt (2004).
- [42] Th. Walcher, R. Frey, H.-D. Fräf, E. Spamer and H. Theissen, Nucl. Inst. Meth. 153, 17 (1978).
- [43] D. Schüll, Dissertation D17, TU Darmstadt (1975).
- [44] F. Hinterberger, Physik der Teilchenbeschleuniger und Ionenoptik, (Springer, Berlin, Heidelberg 1997)
- [45] S. Strauch, Diplomarbeit, TU Darmstadt (1996).
- [46] W. R. Leo, Techniques for Nuclear and Particle Physics Experiments.
- [47] ENSDF Database, http://www.nndc.bnl.gov.
- [48] L.C. Maximon and D.B. Isabelle, Phys. Rev. B 133, 1344 (1964).
- [49] L.C. Maximon, Rev. Mod. Phys. 41, 193 (1969).
- [50] L.W. Mo and Y.A. Tsai, Rev. Mod. Phys. 41, 205 (1969).
- [51] H. Frauenfelder and E.M. Henley, Teilchen und Kerne, Oldenbourg Verlag (2002).
- [52] C. Bähr, Programm PHASHI, TU Darmstadt, unveröffentlicht.
- [53] F. Boehm, At. Data Nucl. Data Tables 14, 492 (1974).

- [54] V. Werner, D. Belic, P. von Brentano, C. Fransen, A. Gade, H. von Garrel, J. Jolie, U. Kneissl, C. Kohstall, A. Linnemann, A.F. Lisetskiy, N. Pietralla, H.H. Pitz, M. Scheck, K.-H. Speidel, F. Stedile and S.W. Yates, Phys. Lett B 550, 140 (2002).
- [55] N. Lo Iudice and Ch. Stoyanov, Phys. Rev. C 69, 044317 (2004).
- [56] C. Fransen, N. Pietralla, A.P. Tonchev, M.W. Ahmed, J. Chen, G. Feldman, U. Kneissl, J. Li, V.N. Litvinenko, B. Perdue, I.V. Pinayev, H.H. Pitz, R. Prior, K. Sabourov, M. Spraker, W. Tornow, H. R. Weller, V. Werner, Y. K. Wu and S. W. Yates, Phys. Rev. C 70, 044317 (2004).
- [57] C. Fransen, V. Werner, D. Bandyopadhyay, N. Boukharouba, S.R. Lesher, M.T. McEllistrem, J. Jolie, N. Pietralla, P. von Brentano and S. W. Yates, Phys. Rev. C 71, 054304 (2005).
- [58] F. Neumeyer, Dissertation D17, TU Darmstadt (1997).
- [59] A.F. Lisetskiy, N. Pietralla, C. Fransen, R.V. Jolos and P. von Brentano, Nucl. Phys. A 677, 100 (2000).
- [60] N. Ryezayeva, Diplomarbeit, TU Darmstadt (2001).
- [61] O. Burda, Diplomarbeit, TU Darmstadt (2002).
- [62] Y. Tsai, Phys. Rev. **122**, 6 (1961).
- [63] B. Povh, K. Rith, C. Scholz and F. Zetsche, Teilchen und Kerne: Eine Einführung in die physikalischen Konzepte (Springer, Berlin, Heidelberg, 2001).

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen danken, die zum Gelingen dieser Diplomarbeit beigetragen haben.

An erster Stelle gilt mein Dank Herrn Professor Dr. Achim Richter, der diese Diplomarbeit möglich gemacht hat, sowie auch ein lehrreiches Austauschjahr in Kanada.

Besonders möchte ich auch Herrn Professor Dr. Peter von Neumann-Cosel danken, für sein ständiges Interesse am Fortgang der Arbeit und viele Diskussionen.

Die Mitglieder der Elektronenstreugruppe und anderen Arbeitsgruppen des IKP haben in Nachtschichten und auf vielfältige andere Weise zum Gelingen des Experiments und der Auswertung beigetragen. Dafür danke ich Alexander Lenhardt, Oleksiy Burda, Asim Araz, Steffen Watzlawik, Maksim Chernykh, Inna Pysmenetska, Artem Shevchenko, und vielen anderen.

Weiterhin danke ich Herrn Dr. Otto Titze, Dr. Markus Platz und Michael Hertling für die Hilfe bei Computerproblemen. Professor Chary Rangacharyulu danke ich für die Unterstützung in Kanada und für interessante Gespräche. Ebenso Herrn Dr. Harald Genz, Dr. Hans-Dieter Gräf und Dr. Uli Laier für unermüdlichen Einsatz und stete gute Laune. Außerdem möchte ich meinen Eltern danken, für viel Geduld, Liebe und Unterstützung auch in schwierigen Zeiten; sowie allen Freunden und besonders allen, die ich noch vergessen habe.

Diese Diplomarbeit ist im Rahmen des SFB634 der DFG entstanden.

Hiermit erkläre ich, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und nur die angegebenen Hilfsmittel eingesetzt habe.

Darmstadt, Mai 2005